

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Ricardo Knoblauch

**ESTUDO DO CONTROLE DO RUÍDO DE SISTEMAS  
HIDRÁULICOS DE AERONAVES USANDO FILTROS  
ACÚSTICOS**

Florianópolis  
2012



Ricardo Knoblauch

**ESTUDO DO CONTROLE DO RUÍDO DE SISTEMAS  
HIDRÁULICOS DE AERONAVES USANDO FILTROS  
ACÚSTICOS**

Dissertação submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica da Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do  
Grau de Mestrado em Engenharia  
Mecânica.

Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Florianópolis  
2012

Catálogo na fonte elaborada pela Biblioteca Universitária da  
Universidade Federal de Santa Catarina

K72e      Knoblauch, Ricardo

Estudo do controle do ruído de sistemas hidráulicos de aeronaves usando filtros acústicos [dissertação] / Ricardo Knoblauch ; orientador, Arcanjo Lenzi. - Florianópolis, SC, 2012.

127 p.: il., tabs., grafs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia mecânica. 2. Sistemas hidráulicos - Ruído. 3. Filtros acústicos. 4. Aeronaves - Ruído. I. Lenzi, Arcanjo. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU 621

Ricardo Knoblauch

**ESTUDO DO CONTROLE DO RUÍDO DE SISTEMAS  
HIDRÁULICOS DE AERONAVES USANDO FILTROS  
ACÚSTICOS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestrado em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 03 de abril de 2012.

---

Prof. Júlio César Passos, Dr.  
Coordenador do Curso

---

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.  
Orientador

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.  
Presidente

---

Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr. Eng.

---

Prof. Vitor Juliano De Negri, Ph.D.

---

Dr. Victor Litwinczik, Dr. Eng.



Aos meus pais, nos quais sempre me  
espelhei.





## **AGRADECIMENTOS**

A minha mãe, meu pai, minha irmã e minha esposa pelo amor, carinho e paciência incondicionais.

Ao orientador Arcanjo Lenzi, por ter me dado esta oportunidade e pelos seus ensinamentos.

Aos membros do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA), em especial aos amigos Zinho, Caetano e Thiago pela parceria no projeto, amizade, cooperação e paciência.



Os homens prudentes sabem sempre tirar proveito dos atos a que a necessidade os constrangeu.

(Nicolau Maquiavel)



## RESUMO

O transporte aéreo vem crescendo fortemente no Brasil nos últimos anos e um dos principais aspectos do conforto é o ruído no interior das aeronaves. As fontes de ruído podem ser divididas em fontes primárias e secundárias. As fontes secundárias (e.g. ar-condicionado e sistemas hidráulicos) são caracterizadas pelo nível de ruído gerado relativamente baixo em comparação às fontes primárias (e.g. motores, propulsores, turbinas e camada limite turbulenta). Entretanto, por geralmente representarem fontes tonais (frequências bem definidas), podem causar bastante desconforto para os passageiros e tripulação quando não devidamente tratadas. Conforme as pesquisas na redução do ruído de fontes primárias se intensificaram nos últimos anos, a parcela gerada por sistemas hidráulicos começa a ter maior representatividade em termos de geração de ruído em aeronaves. O ruído gerado por sistemas hidráulicos pode ainda ser subdividido em ruído aéreo, estrutural e via fluido. Através de medidas mitigadoras de ruído na própria bomba do circuito hidráulico, o ruído aéreo e estrutural pode ser substancialmente reduzido. Porém, o ruído propagado via fluido ainda se mostra um desafio para a indústria aeronáutica, pois a propagação da flutuação de pressão pelo fluido hidráulico excita as tubulações, gerando acoplamento entre fluido e estrutura. A vibração das linhas hidráulicas tende a excitar boa parte da estrutura da aeronave, irradiando desta forma ruído para o interior da cabine. Visando reduzir o ruído do sistema hidráulico em aeronaves, o presente trabalho estuda formas de redução da flutuação de pressão pelo fluido. Estudos experimentais foram realizados em um sistema hidráulico simplificado montado no Laboratório de Vibrações e Acústica. As flutuações de pressão geradas pela bomba foram comparadas aos resultados de um modelo numérico desenvolvido com o auxílio do software comercial AMESim. É feita também a comparação entre resultados numéricos e experimentais de atenuadores de linha do tipo câmara de expansão, ressonador de Helmholtz e tubo lateral.

**Palavras Chave:** ruído de sistema hidráulico, filtros acústicos, ruído.



## ABSTRACT

Civil aviation has been growing strongly in Brazil in recent years, and internal noise control has become one of the main aspects regarding personal comfort. The main sources of aircraft interior noise can be classified into two categories: primary sources and secondary sources. Secondary sources (e.g. air conditioning and hydraulic systems) are responsible for generating lower noise levels compared to primary sources (e.g. engines, propellers, turbines and turbulent boundary layer). However, secondary sources usually represent tonal sources (narrow-band noise) causing discomfort to passengers and crew when not properly treated. As the research on noise reduction of primary sources has intensified in recent years, reducing hydraulic systems related noise became more important than before. Noise energy from hydraulic systems can be subdivided into air-borne noise (ABN), structure-borne noise (SBN) and fluid-borne noise (FBN). Through the application of specific devices directly on the hydraulic pump, the ABN and SBN can be substantially reduced. However, the FBN still represents a problem for the aviation industry, because the propagation of pressure ripple generally excites hydraulic pipes, which causes fluid-structure coupling. The vibration of hydraulic pipes tends to excite the aircraft structure, thus radiating noise into the cabin. Aiming the reduction of noise related to hydraulic systems, this work examines ways to reduce the FBN. Experimental measurements were performed on a simplified hydraulic system designed and assembled in the Laboratory of Acoustics and Vibration. The measured pressure ripple generated by the pump is compared with a numerical model, which was created using a commercial software called AMESim. Finally, it is performed a comparison between numerical and experimental results of three types of attenuators: expansion chamber, Helmholtz resonator and side-branch resonator.

**Keywords:** hydraulic noise, acoustic filters, noise.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Sistema hidráulico responsável pela extensão e recolhimento dos trens de pouso das aeronaves EMBRAER 170 e 190.....	6
Figura 2.2: Esquema de montagem das linhas hidráulicas na parte inferior do nariz das aeronaves EMBRAER 170 e 175.....	7
Figura 2.3: Regiões por onde passam linhas hidráulicas em aeronaves EMBRAER 170 e 175.....	7
Figura 2.4: Geometria da tubulação hidráulica. ....	8
Figura 2.5: Esquema de fixação da tubulação hidráulica à carcaça da aeronave (esq.). Projeto de um <i>mount</i> simples (dir.).....	8
Figura 2.6: Fixação das linhas hidráulicas na carcaça da aeronave.....	8
Figura 2.7: Bomba de pistões axiais de prato inclinado e tambor rotativo. ....	10
Figura 2.8: Ciclo da bomba para uma volta completa. ....	11
Figura 2.9: Bomba MPEV3-008-2 presente na aeronave EMB-120.....	12
Figura 3.1: Tipos de ruído gerados por uma bomba hidráulica. ....	13
Figura 3.2: Caminhos de propagação do ruído hidráulico.....	15
Figura 3.3: Vazão de uma bomba de 9 pistões. ....	16
Figura 3.4: Bomba hidráulica com configuração <i>tandem</i> .....	17
Figura 3.5: Os 3 tipos de restrição para tubulações.....	22
Figura 3.6: Formas de inserção de ar no fluido em sistemas hidráulicos. ....	23
Figura 3.7: Efeito do ar aprisionado simulado no programa AMESim. ....	25
Figura 3.8: Efeito da temperatura e pressão estática no módulo de compressibilidade do fluido. ....	25
Figura 3.9: Módulo de compressibilidade adiabático tangente para o fluido MIL-H-5606. ....	27
Figura 3.10: Massa específica para o fluido MIL-H-5606. ....	27
Figura 3.11: Filtro de absorção tipo acumulador hidráulico. ....	30
Figura 3.12: Ressonador de Helmholtz instalado lateralmente na tubulação. ....	32
Figura 3.13: Ressonador de Helmholtz. ....	32
Figura 3.14: Perda de transmissão para um ressonador de Helmholtz. .	33
Figura 3.15: Câmara de expansão. ....	35
Figura 3.16: Perda de transmissão para uma câmara de expansão. ....	35
Figura 3.17: Bancada experimental para análise de silenciador.....	36
Figura 3.18: Câmara de expansão analisada por Ortwig (dimensões)...	37
Figura 3.19: Câmara de expansão analisada por Ortwig.....	37

Figura 3.20: Resultado para perda de transmissão analítico obtido da equação 3.25. ....	38
Figura 3.21: Resultado experimental para perda de transmissão. ....	38
Figura 3.22: Tubo lateral e seu espectro de perda de transmissão. ....	39
Figura 4.1: Sistema físico representado na forma <i>Bond-Graph</i> no AMESim. ....	41
Figura 4.2: Componentes básicos do AMESim. ....	42
Figura 4.3: Exemplos de componentes disponíveis na biblioteca de hidráulica. ....	42
Figura 4.4: Discretização de uma tubulação hidráulica. ....	44
Figura 4.5: Representação do tubo através de parâmetros distribuídos no modelo HL020. ....	44
Figura 4.6: Conexão entre duas linhas hidráulicas. ....	45
Figura 4.7: Elemento tipo câmara. ....	46
Figura 4.8: Elemento tipo segmento. ....	47
Figura 4.9: Elemento tipo segmento e suas variáveis de entrada. ....	48
Figura 4.10: Componente do AMESim – câmara de óleo. ....	48
Figura 5.1: Esquema da bancada hidráulica. ....	51
Figura 5.2: Conversor de energia CA/CC. ....	53
Figura 5.3: Fotos da bancada experimental. ....	54
Figura 5.4: Atenuadores tipo tubo lateral e ressonador de Helmholtz. .	54
Figura 5.5: Atenuador tipo câmara de expansão. ....	55
Figura 5.6: Geometria do ressonador de Helmholtz - unidade [mm]. ....	55
Figura 5.7: Geometria dos atenuadores tipo tubo lateral – unidade [mm]. .....	56
Figura 5.8: Geometria da câmara de expansão – unidade [mm]. ....	56
Figura 6.1: Bomba de 9 pistões axiais modelada no AMESim. ....	58
Figura 6.2: Detalhe do “supercomponente” que modela cada pistão da bomba. ....	59
Figura 6.3: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 rpm simulada no AMESim (zoom em detalhe). ....	63
Figura 6.4: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 rpm simulada no AMESim (indicação dos picos em Hz). ....	63
Figura 6.5: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 Hz. ....	64
Figura 6.6: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 Hz. ....	65
Figura 6.7: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8000 rpm. .	66
Figura 6.8: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8000 rpm. .	66
Figura 6.9: Tubo rígido excitado por pistão vibrante. ....	68
Figura 6.10: Tipos de terminações modeladas no AMESim. ....	70
Figura 6.11: Impedância experimental. ....	71
Figura 6.12: Sistema com 5 graus de liberdade. ....	71

Figura 6.13: Sistema com 5 graus de liberdade.....	72
Figura 6.14: Pistão conectado ao sistema de 5 GL.....	75
Figura 6.15: Velocidade de partícula pelo método dos dois microfones. .....	76
Figura 6.16: Parcela real da função $H_{12}$ .....	77
Figura 6.17: Parcela imaginária da função $H_{12}$ .....	78
Figura 6.18: Impedância experimental e otimizada. ....	79
Figura 6.19: Modelo numérico para tubos laterais. ....	80
Figura 6.20: Dimensões da seção de testes com 3 tubos laterais. ....	81
Figura 6.21: Perda de transmissão para tubos laterais com rotação de 8167 rpm – 1225 Hz.....	81
Figura 6.22: Perda de transmissão experimental (8167 rpm – 1225 Hz) comparada com numérica e analítica. ....	82
Figura 6.23: Modelo numérico para ressonador de Helmholtz. ....	83
Figura 6.24: Dimensões da seção de testes com ressonador de Helmholtz.....	83
Figura 6.25: Perda de transmissão para ressonador de Helmholtz com rotação de 8167 rpm – 1225 Hz. ....	84
Figura 6.26: Perda de transmissão experimental (8167 rpm – 1255 Hz) comparada com numérica e analíticas.....	85
Figura 6.27: Modelo numérico para câmara de expansão. ....	85
Figura 6.28: Dimensões da seção de testes com câmara de expansão...	86
Figura 6.29: Perda de transmissão experimental (8500 rpm – 1275 Hz) e numérica.....	86
Figura 6.30: Perda de transmissão experimental (8500 rpm – 1275 Hz) comparada com numérica e analíticas.....	87
Figura 6.31: Espectro da coerência da pressão entre os pontos “e” e “i”. .....	88
Figura 6.32: Curvas experimentais para tubos laterais.....	90
Figura 6.33: Parâmetros geométricos variados. ....	91
Figura 6.34: Variação do comprimento do tubo “a”. ....	92
Figura 6.35: Variação do comprimento do tubo “b”. ....	92
Figura 6.36: Variação da velocidade do som no fluido.....	93
Figura 6.37: Variação do diâmetro interno da tubulação. ....	93
Figura 6.38: Variação da viscosidade absoluta do fluido.....	94
Figura 6.39: Variação do comprimento do tubo lateral “f”.....	94
Figura 6.40: Variação de parâmetros – 8167 rpm – 1225 Hz.....	96
Figura 6.41: Curvas experimentais para ressonador de Helmholtz. ....	97
Figura 6.42: Variação do comprimento do pescoço.....	98
Figura 6.43: Variação da velocidade do som no fluido.....	98
Figura 6.44: Variação do volume do ressonador.....	99

Figura 6.45: Variação da viscosidade absoluta do fluido.....	99
Figura 6.46: Variação de parâmetros – 8167 rpm – 1225 Hz. ....	100
Figura 6.47: Curvas experimentais para câmara de expansão.....	101
Figura 6.48: Parâmetros geométricos variados. ....	102
Figura 6.49: Variação do comprimento da câmara. ....	103
Figura 6.50: Variação do diâmetro da câmara. ....	103
Figura 6.51: Variação da velocidade do som no fluido.....	104
Figura 6.52: Variação da viscosidade absoluta do fluido.....	104
Figura 6.53: Variação de parâmetros da câmara de expansão para rotação de 8500 rpm – 1275 Hz. ....	105

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Dados para velocidades do som corrigidas $a_A$ e $a_B$ . ....	28
Tabela 5.1: Componentes da bancada experimental. ....	51
Tabela 6.1: Descrição dos componentes de um pistão. ....	59
Tabela 6.2: Constantes para o sistema com 5 GL. ....	79
Tabela 6.3: Dados para simulação numérica dos atenuadores. ....	80
Tabela 6.4: Parâmetros variados nas simulações numéricas. ....	90
Tabela 6.5: Parâmetros variados nas simulações numéricas. ....	97
Tabela 6.6: Parâmetros variados nas simulações numéricas. ....	102



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABN	<i>Air-Borne Noise</i>
AMESIM	<i>Advanced Modeling Environment for performing Simulations of engineering system</i>
AMS	<i>Aerospace Material Standards</i>
DASSL	<i>Differential Algebraic System Solver</i>
EDA	<i>Equação Diferencial Algébrica</i>
EDO	<i>Equação Diferencial Ordinária</i>
ESDU	<i>Engineering Sciences Data Unit</i>
FBN	<i>Fluid-Borne Noise</i>
ISO	<i>International Organization of Standardization</i>
LSODE	<i>Livermore Solver for Ordinary Differential Equations</i>
LVA	<i>Laboratório de Vibrações e Acústica</i>
MDA	<i>Metal Deactivating Agents</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
TBL	<i>Turbulent Boundary Layer</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SBN	<i>Structure-Borne Noise</i>





## LISTA DE SÍMBOLOS

### Alfabeto Latino

$a$	velocidade do som corrigida em líquidos
$a_0$	velocidade do som em líquidos
$A$	área da seção transversal interna do tubo
$A_p$	área do pistão
$c$	velocidade do som no ar
$c$	constante de amortecimento
$c_0$	velocidade do som no meio
$d$	comprimento das arestas
$D$	diâmetro médio da tubulação
$D_1$	diâmetro da tubulação
$D_2$	diâmetro da câmara de expansão
$E$	módulo de elasticidade do material da tubulação
$E_i$	módulo de elasticidade do material do revestimento interno
$f$	frequência
$f_i$	frequência de ressonância
$f_n$	frequência de ressonância
$G$	módulo de cisalhamento do material da tubulação
$h$	passo do método numérico
$j$	unidade imaginária
$k$	número de onda
$k$	constante de rigidez
$K$	módulo de compressibilidade sônico

$K$	módulo de compressibilidade do fluido
$K_{ef}$	módulo de compressibilidade efetivo
$L_H$	comprimento do pescoço do ressonador de Helmholtz
$L_H'$	comprimento efetivo do pescoço do ressonador de Helmholtz
$L_M$	comprimento da câmara de expansão ( <i>Muffler</i> )
$L_S$	comprimento do tubo lateral ( <i>Side-branch resonator</i> )
$m$	espessura da parede da tubulação
$m_i$	espessura da parede do revestimento interno
$p$	pressão (absoluta)
$p_s$	pressão atmosférica (ambiente)
$Q$	vazão
$r$	raio interno do pescoço do ressonador de Helmholtz
$S_1$	área da seção transversal da tubulação
$S_2$	área da seção transversal do pescoço do ressonador de Helmholtz
$S_M$	área da seção transversal da câmara de expansão ( <i>Muffler</i> )
$t$	tempo
$t_f$	tempo finito
TL	perda de transmissão ( <i>Transmission Loss</i> )
$U$	valor inicial para problema de EDO
$V$	volume
$V_0$	volume inicial
$V_{ar}$	volume de ar
$V_{liq}$	volume de líquido
$x$	direção axial do tubo

$x_a$	fração volumétrica de ar no fluido
$\widetilde{Z}_{RH}$	impedância do ressonador de Helmholtz
$z_1$	impedância do meio 1
$z_2$	impedância do meio 2
$Z_{acu}$	impedância específica acústica
$Z_{mec}$	impedância mecânica

### **Alfabeto Grego**

$\gamma$	razão entre calor específico à pressão constante e calor específico à volume constante
$\rho$	massa específica do fluido
$\rho_a$	massa específica do ar
$\rho_0$	massa específica do meio
$\phi$	fator de restrição da linha
$\Lambda$	fator de deformação da área
$\tau$	coeficiente de transmissão de energia
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\omega$	frequência
$\omega_n$	frequência natural



# SUMÁRIO

<b>RESUMO .....</b>	<b>xiii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xv</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>xvii</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>xxi</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....</b>	<b>xxiii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>xxv</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 CONTEXTO.....	1
1.2 OBJETIVOS .....	3
1.3 ESTRUTURA DO DOCUMENTO.....	4
<b>2 SISTEMA HIDRÁULICO AERONÁUTICO .....</b>	<b>6</b>
2.1 BOMBA .....	9
<b>3 PROPAGAÇÃO DO SOM EM LINHAS HIDRÁULICAS .....</b>	<b>13</b>
3.1 MECANISMOS DE GERAÇÃO DO RUÍDO .....	13
3.1.1 Pulsação no fluido.....	15
3.2 VELOCIDADE DO SOM NO FLUIDO .....	17
3.2.1 Módulo de compressibilidade.....	18
3.2.2 Efeito da espessura e material da parede do tubo .....	20
3.2.3 Efeito da presença de ar no fluido.....	22
3.2.4 Efeito da temperatura e pressão estática.....	23
3.2.5 Velocidade do som calculada.....	26
3.3 MÉTODOS DE CONTROLE .....	29
3.3.1 Perda de Transmissão.....	31
3.3.2 Ressonador de Helmholtz .....	31
3.3.3 Câmara de Expansão .....	34
3.3.4 Tubo Lateral.....	38
3.3.5 Resumo .....	39
<b>4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....</b>	<b>41</b>
4.1 COMPONENTES.....	42
4.2 DISCRETIZAÇÃO .....	43
4.3 MODELO DA LINHA HIDRÁULICA .....	44
4.3.1 Elemento tipo câmara .....	46
4.3.2 Elemento tipo segmento .....	47
4.4 MODELO DA CÂMARA HIDRÁULICA .....	48

<b>5 BANCADA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>50</b>
5.1 DESCRIÇÃO DA BANCADA SIMPLIFICADA .....	50
5.2 COMPONENTES .....	51
<b>6 MODELOS NUMÉRICOS E RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
6.1 MODELO DA BOMBA .....	57
6.1.1 Resultados.....	62
6.1.2 Conclusão.....	67
6.2 MODELOS DOS ATENUADORES .....	67
6.2.1 Influência do escoamento no campo acústico .....	68
6.2.2 Modelagem da impedância.....	69
6.2.2.1 Equacionamento .....	72
6.2.3 Impedância experimental .....	76
6.3 RESULTADOS PARA ATENUADORES .....	79
6.3.1 Tubos laterais .....	80
6.3.2 Ressonador de Helmholtz .....	82
6.3.3 Câmara de expansão.....	85
6.3.4 Comentários.....	87
6.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....	89
6.4.1 Tubos laterais .....	89
6.4.2 Ressonador de Helmholtz .....	96
6.4.3 Câmara de expansão.....	101
<b>7 CONCLUSÕES.....</b>	<b>106</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>109</b>
<b>APÊNDICE I: Estimativa da velocidade do som em dutos.....</b>	<b>115</b>
<b>APÊNDICE II: Resolução das equações diferenciais .....</b>	<b>117</b>
II.1 Equações diferenciais ordinárias .....	117
II.2 Equações diferenciais algébricas.....	118
II.3 Métodos numéricos .....	119
II.3.1 Método de Euler.....	119
II.3.2 Método de Euler melhorado.....	121
II.3.3 Método de Runge-Kutta .....	123
II.3.4 Métodos de passo múltiplo .....	124
II.3.5 Método de Adams-Bashforth/Adams-Moulton de 4ª	
ordem .....	124
II.3.6 Estabilidade de métodos numéricos .....	125
II.3.7 Algoritmos utilizados pelo AMESim .....	127

## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTO

O transporte aéreo vem crescendo fortemente no Brasil nos últimos anos. Cada vez mais a população opta por viagens de avião em busca da redução do tempo de viagem, da maior praticidade e conforto. Um dos principais aspectos do conforto é a acústica dentro das aeronaves, o que sempre representa um grave problema a ser solucionado preferencialmente na fase de projeto da aeronave.

As fontes de ruído presentes em uma aeronave durante o voo são inúmeras, porém podemos dividir basicamente em:

- fontes primárias:
  - motores, propulsores e turbinas;
  - camada limite turbulenta (TBL – *Turbulent Boundary Layer*);
- fontes secundárias:
  - ar-condicionado;
  - sistemas hidráulicos.

As fontes primárias sempre representaram as principais causas do ruído interno em aeronaves, sendo que sua transmissão para a cabine se dá principalmente via aérea, ou seja, propagação pelo ar. Existe também propagação do ruído através da estrutura, que normalmente está associada com a vibração do motor (quando presente na aeronave) e com a interação entre a esteira das hélices e a estrutura do avião, o que pode gerar uma contribuição significativa para os níveis de ruído interno em certas frequências discretas (WILBY, 1996).

Desde o início da aviação civil, logo após a segunda guerra mundial, passaram pela indústria aeronáutica diversos tipos de propulsores para aeronaves, sendo que cada um apresentava um tipo diferente de ruído a ser controlado. Na década de 40, por exemplo, os problemas enfrentados em termos de controle de ruído eram as frequências discretas de passagem das hélices e de rotação dos motores reciprocantes. Com o advento do motor turbojato, entrando em serviço pela primeira vez em 1944, observou-se que os fenômenos de geração de ruído eram outros, sendo necessário se estudar a geração de ruído

devido às interações do fluido na saída do bocal do motor. Os motores de propulsão a jato, entretanto, também sofreram inúmeras modificações que possibilitaram torná-los mais eficientes, tanto em desempenho quanto na minimização do ruído gerado (WILBY, 1996). Uma das evoluções dos motores tipo turbojato são os motores tipo *turbofan*.

Motores tipo *turbofan*, por serem estruturas extremamente complexas, apresentam inúmeros componentes e fenômenos capazes de produzir ruído. No entanto, identificam-se a hélice e o jato expelido no bocal de combustão como as principais fontes geradoras de ruído. Observa-se na vibração dos motores de aviões de propulsão tipo *turbofan* a presença de componentes tonais associados à frequência de rotação dos motores. Estes componentes geralmente localizam-se em baixas frequências e estão diretamente relacionadas ao desbalanceamento dos elementos rotativos dos motores. Por tratar-se de componentes tonais, a percepção subjetiva é mais pronunciada que outras fontes de banda larga (WILBY, 1996).

Por outro lado, as fontes secundárias geralmente são classificadas como fontes tonais, onde o espectro de ruído é caracterizado por apresentar picos em frequências discretas. Apesar de apresentarem níveis de ruído relativamente baixos em comparação às fontes primárias, as fontes secundárias podem gerar grande desconforto no interior das cabines se não forem devidamente tratadas. Além disso, devido aos grandes esforços feitos no sentido de se reduzir o ruído proveniente das fontes primárias, o ruído referente às fontes secundárias passou a representar um grande problema, pois os níveis de ruído admissíveis dentro de aeronaves estão cada vez menores.

Buscando avaliar formas de redução do ruído interno em aeronaves, a presente dissertação tem como objetivo geral estudar a geração e propagação do ruído em circuitos hidráulicos aeronáuticos.

Um circuito hidráulico é composto basicamente pela bomba, válvulas, linhas hidráulicas e o reservatório. A principal fonte de ruído em um sistema hidráulico é a bomba, sendo que os caminhos de propagação do ruído gerado pela bomba são: ruído aéreo (transmitido pelo ar), ruído estrutural e ruído transmitido pelo fluido hidráulico (KOJIMA, 1984).

Atualmente, o ruído estrutural tem sido relativamente bem controlado devido à aplicação de isoladores, bem como utilização de mangueiras flexíveis para que a vibração da bomba não seja transmitida via tubulação rígida. O mesmo acontece com o ruído aéreo, sendo que



soluções do tipo enclausuramento da bomba podem ser utilizadas para evitar que a bomba em si seja uma fonte de ruído aéreo.

Entretanto, o ruído propagado via fluido hidráulico ainda representa um grave problema em aeronaves, pois as linhas hidráulicas estão presentes em praticamente toda a aeronave, sendo responsáveis pela propagação das flutuações de pressão no fluido e pela propagação da vibração das próprias tubulações. As vibrações das linhas hidráulicas podem ser transmitidas para a carcaça da aeronave e, posteriormente, para dentro da cabine como ruído aéreo, completando assim um dos caminhos de propagação possíveis para o ruído da bomba. Desta forma, uma possível atenuação das flutuações de pressão logo na saída da bomba teria forte impacto na redução do ruído proveniente da bomba, já que as linhas hidráulicas estão sempre distribuídas por praticamente toda a aeronave.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o ruído em sistemas hidráulicos aeronáuticos. Para isso, simulações numéricas foram realizadas através do *software* comercial AMESim (*Advanced Modeling Environment for performing Simulations of engineering system*) visando calcular o efeito da utilização de atenuadores (componentes responsáveis pela redução da propagação das flutuações de pressão no fluido) na propagação do ruído em linhas hidráulicas. O *software* AMESim não é um programa especializado em simulações acústicas, entretanto, por ser largamente utilizado para simular a dinâmica de sistemas hidráulicos, sua possível utilização na área de acústica seria bastante interessante para projetistas, pois seria possível a realização de simulações acústicas e hidráulicas através de um único modelo.

Além disso, o presente estudo objetiva também validar experimentalmente os modelos numéricos através de medições realizadas em uma bancada experimental de um sistema hidráulico aeronáutico simplificado.

A bancada experimental é acionada por uma bomba de pistões axiais, tambor rotativo, prato inclinado e deslocamento variável, e possui uma seção de testes onde três tipos de atenuadores foram testados: ressonador de Helmholtz, câmara de expansão e atenuador tipo tubo lateral. Os resultados numéricos e experimentais para os três tipos

de atenuadores são comparados com resultados analíticos propostos na literatura, possibilitando assim um melhor entendimento das respostas obtidas utilizando os métodos propostos neste trabalho.

### 1.3 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O presente documento inicia no capítulo 2 fazendo uma breve descrição do funcionamento de um sistema hidráulico aeronáutico, que é encontrado na aeronave e que funções desempenha nela. O capítulo 2 traz também detalhes sobre a bomba do sistema hidráulico em questão, da geometria das tubulações hidráulicas e de como estas tubulações estão dispostas na aeronave.

No capítulo 3, faz-se uma breve discussão sobre as formas de propagação do ruído em um sistema hidráulico, os caminhos de propagação e sobre o que a transmissão via fluido hidráulico (FBN - *Fluid-Borne Noise*) representa no ruído total proveniente do sistema hidráulico. É feita também uma breve explanação sobre a geração do ruído via fluido, o qual é resultado da dinâmica dos pistões da bomba que geram pulsações no fluido.

Além disso, são feitas considerações sobre a velocidade do som no fluido e o módulo de compressibilidade (*bulk modulus*). São discutidos também os efeitos da temperatura, pressão, presença de ar, geometria e material da tubulação no módulo de compressibilidade do fluido, o que influencia diretamente na velocidade do som. Com base em todos estes parâmetros mencionados, calcula-se então a velocidade do som corrigida, a qual possibilita que simulações numéricas sejam feitas sem que o acoplamento fluido/estrutura seja explicitamente modelado, pois esse acoplamento já está embutido na velocidade do som corrigida.

Finalizando o capítulo 3, os principais tipos de atenuadores disponíveis na literatura são apresentados com suas respectivas expressões analíticas para cálculo de perda de transmissão.

O capítulo 4 descreve o funcionamento do programa comercial AMESim, apresentando as equações envolvidas nos principais componentes hidráulicos utilizados neste trabalho.

No capítulo 5 é feita a descrição da bancada experimental utilizada para as medições, juntamente com os três atenuadores que nela foram testados: ressonador de Helmholtz, câmara de expansão e atenuador tipo tubo lateral.

O capítulo 6 descreve em detalhe os modelos acústicos criados no programa AMESim. O capítulo inicia descrevendo o modelo da bomba de 9 pistões axiais, apresentado seus componentes e respectivas equações. Os resultados numéricos de flutuação de pressão para a bomba são comparados com medições realizadas na bancada experimental.

Ainda no capítulo 6, os modelos para os atenuadores são descritos com suas respectivas dimensões e parâmetros de simulação. Dentro destes modelos está inserido um sistema massa-mola-amortecedor de 5 graus de liberdade, o qual é responsável por representar todo o sistema à jusante da seção de testes da bancada. No capítulo 6 está descrito o equacionamento realizado para se encontrar um sistema cuja curva de impedância (variável capaz de exprimir essa iteração) seja próxima à curva de impedância experimental obtida na bancada.

O capítulo 6 é finalizado com comparações entre os resultados numéricos, experimentais e analíticos, fazendo na sequência uma análise de sensibilidade para os resultados numéricos. Esta análise é realizada através da variação de parâmetros de entrada nas simulações, onde cada parâmetro é variado e simulado separadamente, de forma a se avaliar o impacto desta variação na resposta final. Com base nestas análises, curvas de erro máximo e mínimo são geradas e uma comparação final com os resultados experimentais e analíticos é feita.

Por fim, no capítulo 7 são realizadas as conclusões do trabalho e apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### SISTEMA HIDRÁULICO AERONÁUTICO

Sistemas hidráulicos apresentam alta confiabilidade mesmo trabalhando nas mais variadas condições. Por esse motivo, muitas funções operacionais em aeronaves são desempenhadas através da transferência de potência proporcionada por sistemas hidráulicos. Dentre estas funções, pode-se destacar: atuadores de trens de pouso (e.g. Figura 2.1), sistemas direcionais das rodas do nariz, sistemas de freio, fornecimento pressão para os estabilizadores (lemes), *aileron*s, *spoilers*, porta de entrada principal, reversor de empuxo, entre outros (Manual de Treinamento – EMBRAER 170, 2005).

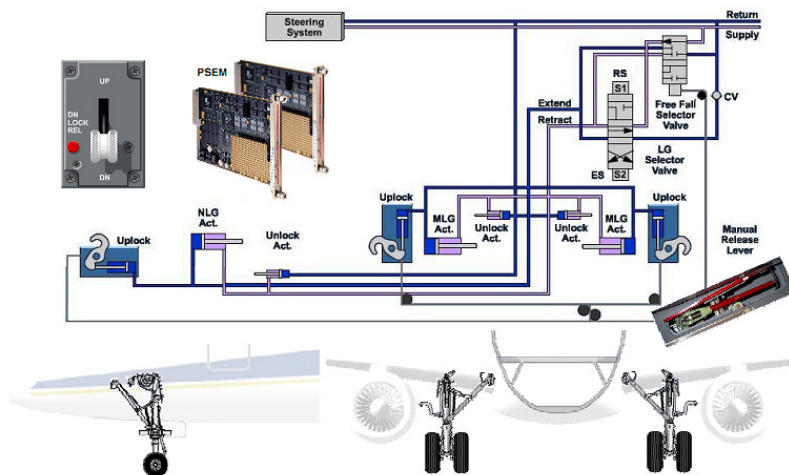


Figura 2.1: Sistema hidráulico responsável pela extensão e recolhimento dos trens de pouso das aeronaves EMBRAER 170 e 190. Fonte: Manual de Treinamento - EMBRAER-170 (2005).

Para operar cada componente, as linhas hidráulicas percorrem grande parte da estrutura das aeronaves. A disposição de algumas das linhas hidráulicas das aeronaves EMBRAER 170 e 175 estão representadas nas figuras 2.2 e 2.3.

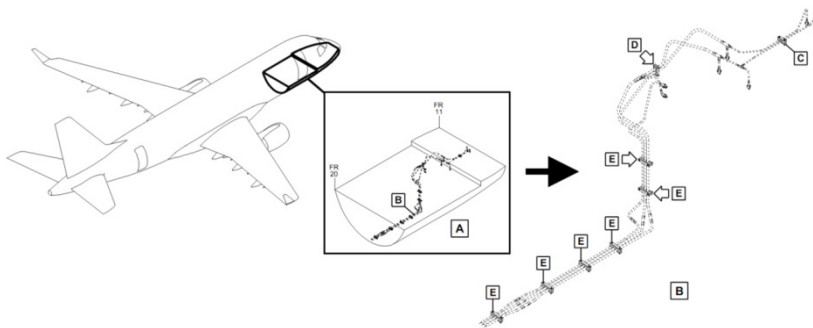


Figura 2.2: Esquema de montagem das linhas hidráulicas na parte inferior do nariz das aeronaves EMBRAER 170 e 175. Fonte: *Aircraft Illustrated Parts Catalog – EMBRAER 170/175* (2009).

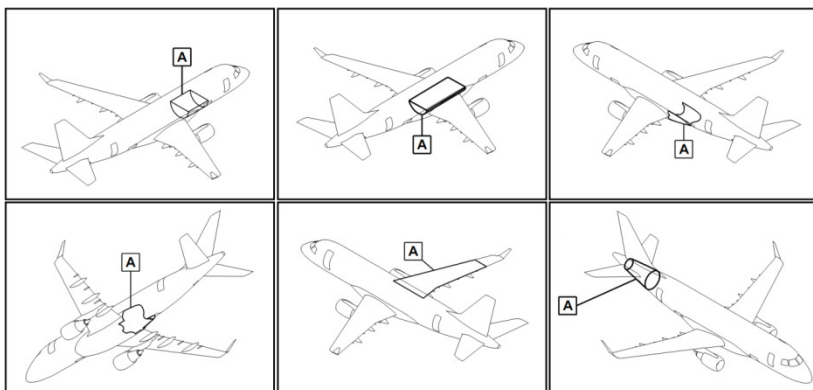


Figura 2.3: Regiões por onde passam linhas hidráulicas em aeronaves EMBRAER 170 e 175. Fonte: *Aircraft Illustrated Parts Catalog – EMBRAER 170/175* (2009).

Os circuitos hidráulicos apresentados são compostos por tubulações rígidas de  $\frac{1}{2}$ " (12,7 mm) de diâmetro externo e espessura de parede de 0,026" (0,6604 mm), o que confere diâmetro interno de 11,4 mm (vide 2.4). As tubulações são acopladas à estrutura das aeronaves através de *mounts*, que são componentes de fixação feitos de borracha natural e visam reduzir a transferência da vibração da tubulação para as estruturas às quais a linha está afixada. Essa fixação é mostrada nas figuras 2.5 e 2.6.

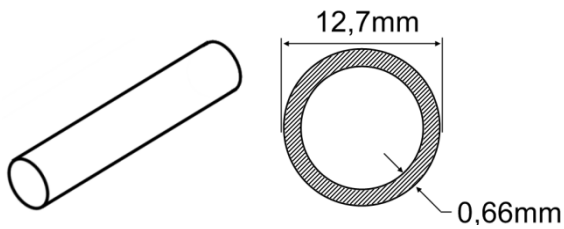


Figura 2.4: Geometria da tubulação hidráulica.

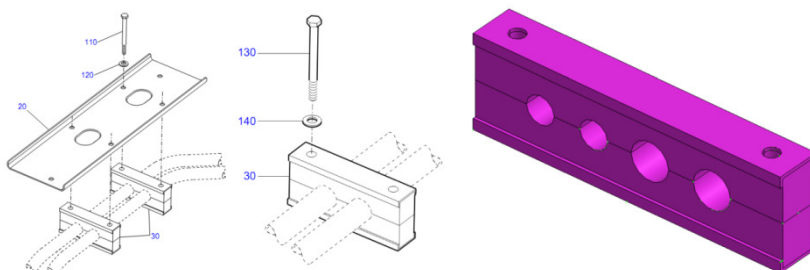


Figura 2.5: Esquema de fixação da tubulação hidráulica à carcaça da aeronave (esq.). Projeto de um *mount* simples (dir.). Fonte: EMBRAER (2008).

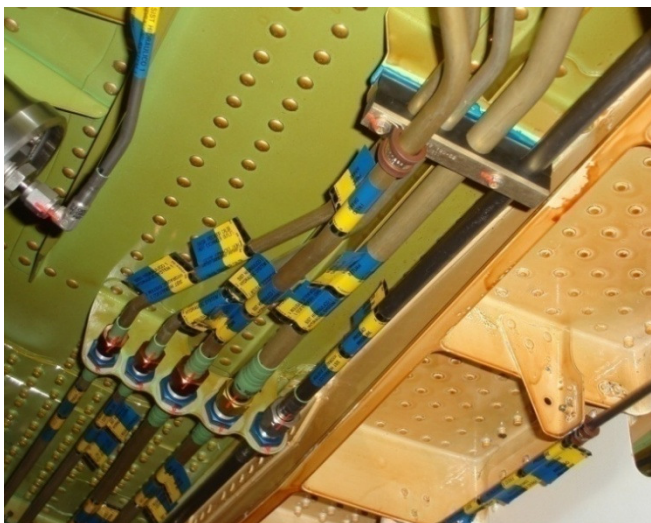


Figura 2.6: Fixação das linhas hidráulicas na carcaça da aeronave. Fonte: EMBRAER (2008).

Com relação ao circuito hidráulico da aeronave EMBRAER 170, as linhas de alta pressão são feitas de titânio e as linhas de retorno e de drenagem da carcaça são feitas de alumínio. Existem algumas linhas feitas de aço inox para regiões próximas dos trens de pouso, por exemplo, mas estas são exceções (Manual de Treinamento – EMBRAER 170, 2005). Para o presente trabalho, optou-se pela utilização somente de tubulações de aço SAE 1020, conforme será melhor descrito no capítulo 5.1.

## 2.1 BOMBA

As bombas hidráulicas são responsáveis pela conversão da energia mecânica de rotação em energia hidráulica. Essa energia hidráulica é ainda novamente convertida em outras formas de energia, gerando trabalho através de atuadores e motores hidráulicos (KOJIMA, 1984).

Em aeronaves existem as bombas principais, que são acionadas pelas turbinas, e as bombas auxiliares, que são acionadas por motores elétricos. As bombas auxiliares são usadas em caso de emergência, nas decolagens e pousos, onde a demanda de fluido hidráulico para os componentes é maior. Para que fosse possível a construção da bancada experimental com um sistema hidráulico simplificado, optou-se pela utilização de uma bomba auxiliar, ou seja, acionada eletricamente.

Além disso, seguindo critérios de segurança, desgaste e preço, a bomba escolhida para compor a bancada experimental foi a bomba auxiliar da aeronave EMB-120 (EMBRAER), uma bomba de deslocamento variável, prato inclinado, tambor rotativo, com 9 pistões axiais e compensadora de pressão para 3000 psi (20,68 MPa), conforme ilustrada na Figura 2.7.

O fluido hidráulico utilizado na bancada experimental é o Aeroshell 41, também conhecido como MIL-H-5606. Aeroshell 41 é um fluido hidráulico à base de óleo mineral que possui características aprimoradas e baixo nível de contaminação. Contém aditivos que proporcionam alta fluidez mesmo em baixas temperaturas, o que é um pré-requisito para a indústria aeronáutica. Além disso, contém também aditivos anti-desgaste, oxidação, inibidores de corrosão, desativadores de íons metálicos (*MDA – Metal Deactivating Agents*) e anti-espumantes. Possui coloração avermelhada e atua em larga faixa de temperaturas (SHELL AVIATION LIMITED, 2003).

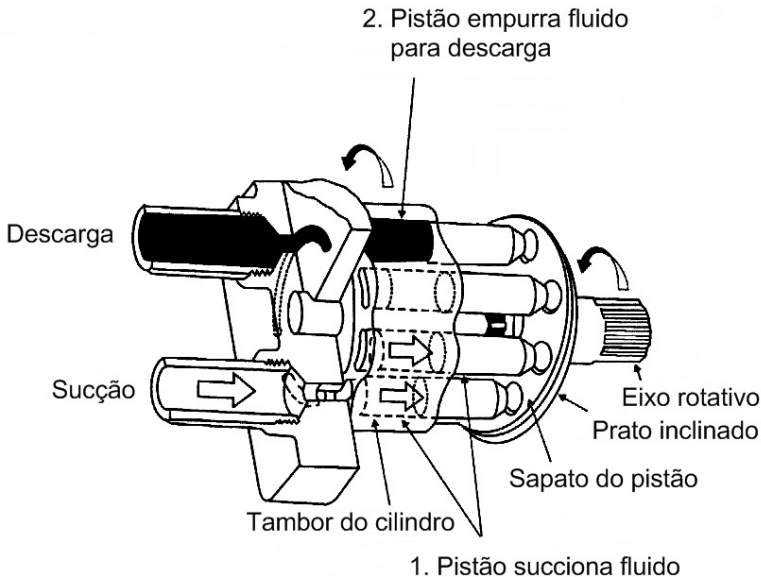


Figura 2.7: Bomba de pistões axiais de prato inclinado e tambor rotativo. Fonte: Vickers (2000).

O funcionamento da bomba aqui estudada ocorre da seguinte forma: o tambor que contém os pistões internamente é rotacionado por um eixo; através da translação dos pistões uma das extremidades de cada pistão desliza sobre o prato inclinado, gerando assim movimentos axiais e consequente bombeio do fluido. Para que haja efetivamente o bombeio, existe uma região de sucção e outra de descarga (melhor visualizadas na Figura 2.7) que permitem respectivamente a entrada e a saída do fluido durante o percurso de cada pistão (ciclo vide Figura 2.8).

A bomba é alimentada por um motor elétrico de corrente contínua de 28 V, gerando vazão máxima e mínima de 6,51 l/min e 5,68 l/min respectivamente. Opera com rotação de 7950 rpm quando entrega vazão máxima (máxima inclinação do prato) e 9300 rpm quando está com vazão nula (prato com ângulo de inclinação nulo). Seu volume de deslocamento é de 1,48 ml/rev (THE VICKERS AEROSPACE MARINE DEFENSE GROUP).



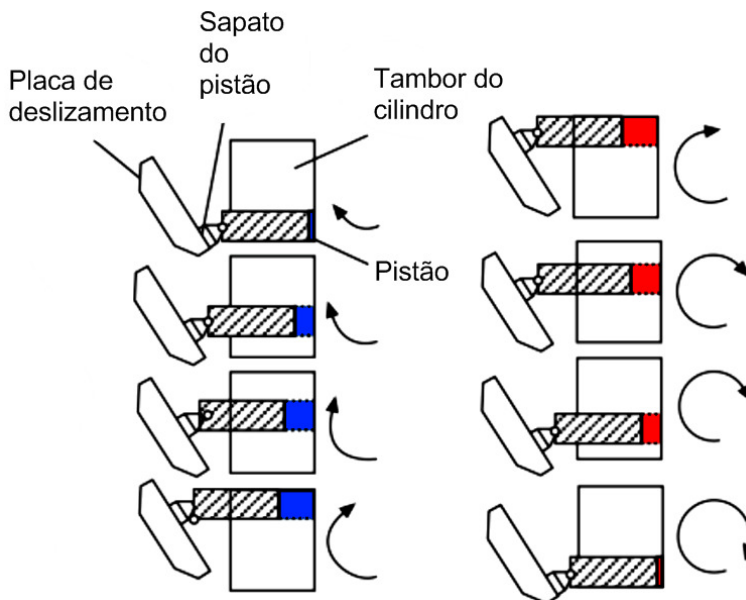


Figura 2.8: Ciclo da bomba para uma volta completa.  
Fonte: Koch (2008).

A bomba é composta por 9 pistões com 5,17 mm de diâmetro, curso do pistão de 6,68 mm quando o prato está com angulação máxima ( $17,5^\circ$ ) e possui um volume morto de 0,16 ml. Além disso, o diâmetro da tubulação de entrada é de  $1\frac{1}{4}$ " (31,75 mm) e de  $\frac{5}{8}$ " (15,88 mm) ou  $\frac{3}{4}$ " (19,05 mm) para tubulação de saída (THE VICKERS AEROSPACE MARINE DEFENSE GROUP). Na Figura 2.9 está apresentada a bomba descrita neste documento.

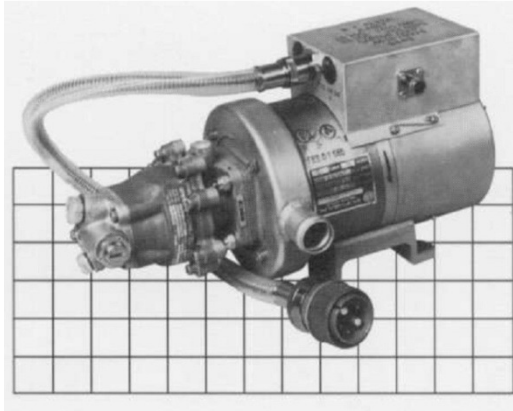


Figura 2.9: Bomba MPEV3-008-2 presente na aeronave EMB-120.  
Fonte: THE VICKERS AEROSPACE MARINE DEFENSE GROUP.

## CAPÍTULO 3

### PROPAGAÇÃO DO SOM EM LINHAS HIDRÁULICAS

#### 3.1 MECANISMOS DE GERAÇÃO DO RUÍDO

O fenômeno da geração e transmissão do ruído em sistemas hidráulicos é bastante complexo, sendo considerado ainda não totalmente entendido devido a sua complexidade e multiplicidade de fontes de ruído (MEHTA, 2006). Segundo Kojima (1984) e Mehta (2006), entre outros na literatura, o ruído gerado por um sistema hidráulico é dividido em três categorias (ver Figura 3.1):

- ruído aéreo (transmitido pelo ar), cuja sigla é ABN (*Air-Borne Noise*);
- ruído estrutural, SBN (*Structure-Borne Noise*);
- ruído transmitido pelo fluido hidráulico, FBN (*Fluid-Borne Noise*).

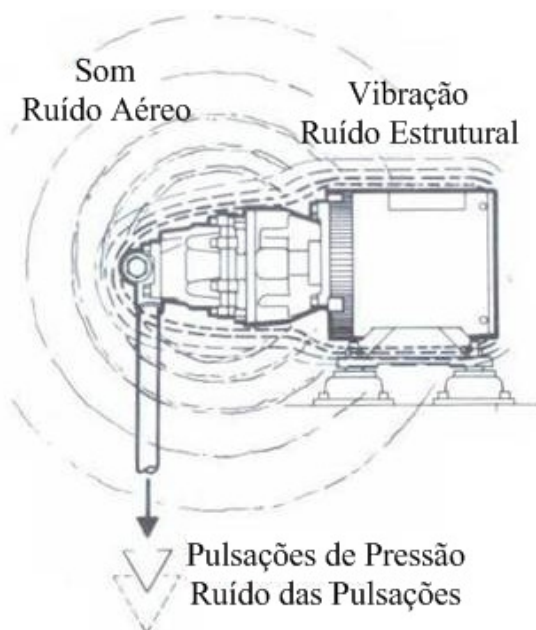


Figura 3.1: Tipos de ruído gerados por uma bomba hidráulica.  
Fonte: Skaistis (1988).

Ruído estrutural é basicamente a vibração de componentes hidráulicos, tubulações e carcaças. Essa vibração também pode ser causada diretamente pela ação mecânica das bombas e motores, podendo ser transmitida pela fixação destes (*mounts*), por eixos rotativos bem como pela própria tubulação. O ruído estrutural também pode ser gerado pelas flutuações de pressão no fluido hidráulico, fenômeno também conhecido como o *ripple* do sistema (JOHNSTON, 2007).

Ruído aéreo é aquele gerado pelas estruturas vibrantes que se propaga pelo ar, sendo basicamente composto por duas grandes parcelas, uma proveniente da bomba em si e outra proveniente das vibrações da tubulação excitadas pelo *ripple*.

Por fim, ruído transmitido pelo fluido hidráulico é causado pelas flutuações de vazão das bombas (vide Figura 3.3), instabilidade de válvulas, cavitação e turbulência. Este tipo de ruído pode ser transmitido por longas distâncias através do fluido hidráulico contido nas tubulações, excitando desta forma toda estrutura tubular e gerando assim altos níveis de ruído (JOHNSTON, 2007).

Os três mecanismos de propagação de ruído acima apresentados interagem entre si, ou seja, a ação de um interfere na ação de outro e vice-versa, criando assim inúmeros caminhos de propagação possíveis. Entretanto, alguns caminhos de propagação são os principais transmissores da energia vibratória. Malaney et al (2005, apud MEHTA, 2006) descrevem os caminhos de vibração e ruído hidráulico conforme a Figura 3.2, onde basicamente existe uma forte interação entre o FBN e o SBN, culminando sempre na radiação do ruído aéreo (ABN).

Lembrando que o presente estudo busca avaliar métodos de atenuação do ruído transmitido pelo fluido (FBN), faz-se necessário aqui entender melhor como são geradas estas pulsações.

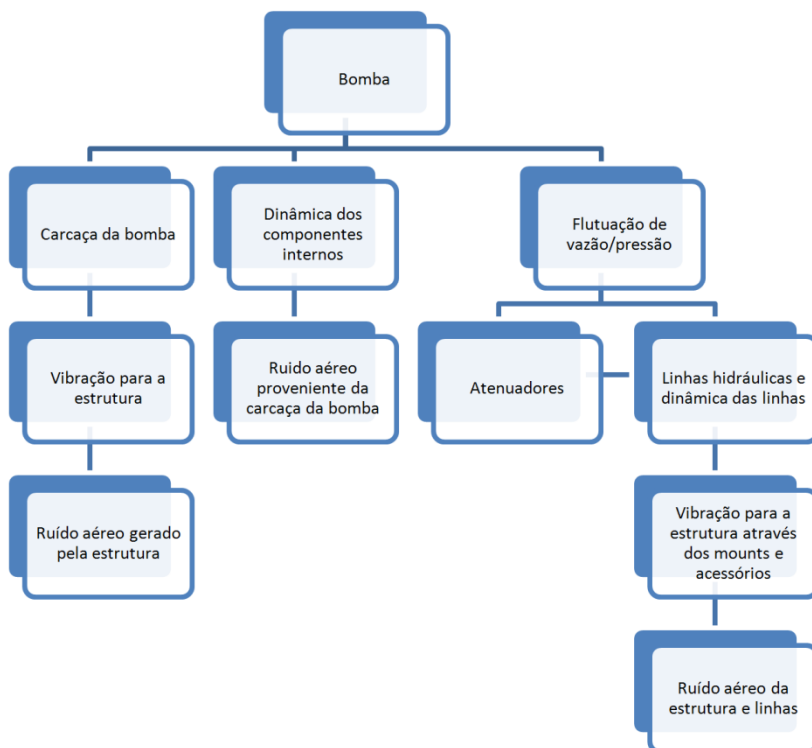


Figura 3.2: Caminhos de propagação do ruído hidráulico.

Fonte: Malaney e Hongbin (2005, apud MEHTA, 2006).

### 3.1.1 Pulsação no fluido

Bombas de deslocamento positivo, conforme o modelo utilizado neste estudo, tendem a produzir uma vazão não completamente constante. Em vez disso, a vazão consiste em uma média sobre a qual existe uma flutuação (vide Figura 3.3), sendo que essa flutuação de vazão depende do tipo de bomba e das condições de operação. É comum que a amplitude pico-a-pico chegue a valores até 10% da vazão média (Johnston, 2007). Vale ressaltar que o termo *ripple*, que será largamente utilizado neste trabalho, significa “flutuação”, seja ela de vazão ou de pressão.

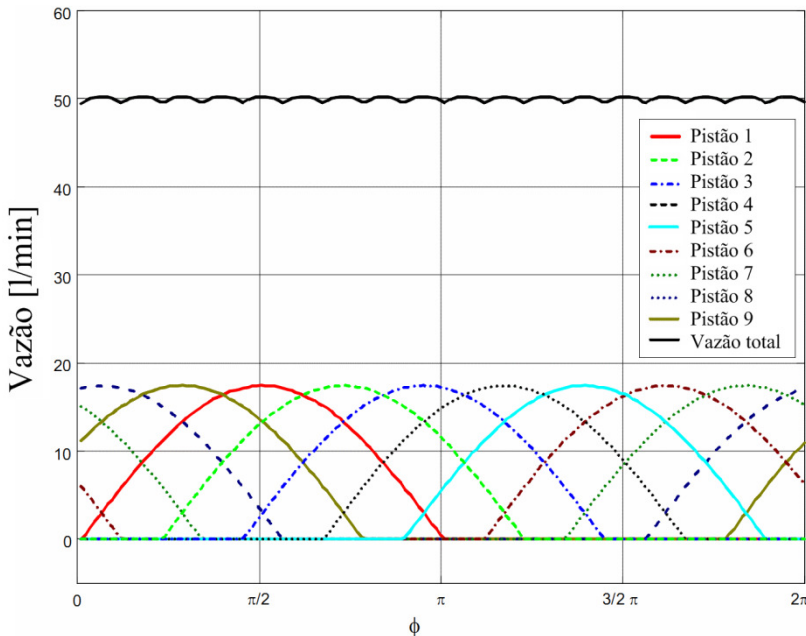


Figura 3.3: Vazão de uma bomba de 9 pistões.

Fonte: Backé e Murrenhoff (1994, apud MIKOTA, 2000).

Esse efeito de bombeamento é causado pela variação geométrica de deslocamento periódico, que se caracteriza como uma das fontes de flutuação de vazão no fluido. O *ripple* de vazão também pode ser gerado pela cavitação, ou seja, formação de bolhas de vapor em regiões onde a pressão cai para a pressão de vapor do fluido (valores típicos de pressão: 100 a 1000 Pa), bem como por processos de compressão e expansão do fluido hidráulico nas regiões de transição entre alta e baixa pressão (MEHTA, 2006; JOHNSTON 2007).

A redução do *ripple* de vazão é uma das formas de se atenuar o FBN (*Fluid-Borne Noise*) tendo em vista que, segundo Johnston (2007), as flutuações de vazão geram flutuações de pressão ao interagirem com as características do circuito hidráulico. Mehta (2006), por exemplo, buscou em seus estudos formas de reduzir as flutuações de vazão através da diminuição das flutuações de torque. Segundo ele, a principal fonte de FBN são as flutuações de torque, pois as flutuações de torque geram o *ripple* de vazão que por sua vez causa flutuações na pressão. No seu trabalho, Mehta faz experimentos com grupos de bombas conectadas a um mesmo eixo (e.g. Figura 3.4), e obtém bons resultados através do

controle do ângulo de indexação entre duas bombas, ou seja, colocando as duas bombas defasadas uma da outra para que o torque no eixo seja mais suave.

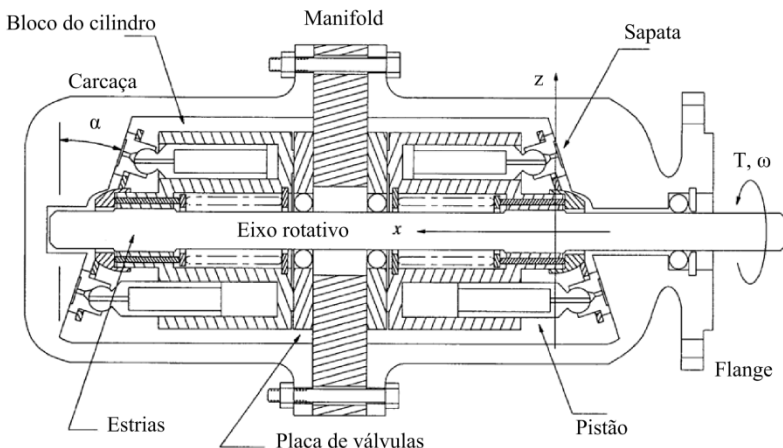


Figura 3.4: Bomba hidráulica com configuração *tandem*.

Fonte: Mehta (2006).

### 3.2 VELOCIDADE DO SOM NO FLUIDO

Segundo Beranek (1992), uma onda se propaga em um meio a uma taxa que depende da elasticidade e da densidade do meio. A expressão geral da velocidade de propagação de ondas em fluidos não confinados é dada por (ESDU 83046, 2007):

$$a_0 = \sqrt{\gamma \frac{K}{\rho}}, \quad \text{Eq. 3.1}$$

onde  $a_0$  é a velocidade do som no líquido,  $\gamma$  é a razão entre o calor específico à pressão constante e o calor específico à volume constante do fluido,  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $K$  é o módulo de compressibilidade do fluido.

Supondo o líquido incompressível, tem-se que a razão  $\gamma$  vale a unidade e a equação 3.1 passa a ser reescrita da seguinte forma (ESDU 83046, 2007):

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}}. \quad \text{Eq. 3.2}$$

### 3.2.1 Módulo de compressibilidade

Também conhecido como *Bulk Modulus*, o módulo de compressibilidade é um parâmetro que exprime a resistência que um fluido oferece para ter seu volume reduzido através da aplicação de uma pressão (SAE AIR-1362, 2000). O módulo de compressibilidade pode ser interpretado também como uma “rigidez” do fluido, já que quanto maior o módulo de compressibilidade de um fluido, menos compressível é o fluido e maior a velocidade da propagação do som.

O módulo de compressibilidade pode ser obtido experimentalmente através de um teste de compressão, ou pode também ser calculado através da medição da velocidade do som e da densidade do fluido (KELA, 2010). Dependendo do método utilizado para sua obtenção, o módulo de compressibilidade recebe diferentes denominações: secante, tangente, sônico, adiabático e isotérmico.

O módulo de compressibilidade adiabático secante (*adiabatic secant bulk modulus*) é aplicável para processos estáticos. Pode ser representado como a razão entre a variação da pressão pela variação do volume por unidade de volume do estado inicial, conforme a equação:

$$K_s = \frac{\Delta p}{\Delta V/V_0}, \quad \text{Eq. 3.3}$$

onde  $\Delta p$  representa a variação de pressão,  $\Delta V$  a variação de volume e  $V_0$  o volume inicial (CHO; LEE; OH, 2000). O módulo de compressibilidade adiabático secante  $K_s$  define um valor médio que representa a variação volumétrica impressa pela variação da pressão de atmosférica para a pressão de interesse (SAE-AIR 1362, 2000).

Módulo de compressibilidade adiabático tangente  $K_t$  (Eq. 3.4) é aplicado em processos quando a pressão e volume variam rapidamente dada certa pressão. É expresso pelo diferencial da pressão pelo volume:

$$K_t = -V \frac{\partial p}{\partial V}, \quad \text{Eq. 3.4}$$

onde  $V$  é o volume,  $\partial p / \partial V$  é taxa de variação da pressão pelo volume (CHO; LEE; OH, 2000).



Tanto  $K_s$  como  $K_t$ , adiabático secante e adiabático tangente respectivamente, podem ser determinados sob condições isotérmicas através das relações:

$$K_{it} = \frac{K_t}{\gamma}, \quad \text{Eq. 3.5}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad \text{Eq. 3.6}$$

$$K_{it}^p = K_{is}^{2p}, \quad \text{Eq. 3.7}$$

onde  $K_{it}$  e  $K_t$  são os módulos de compressibilidade tangente isotérmico e tangente adiabático, respectivamente,  $\gamma$  é a razão entre o calor específico à pressão constante  $c_p$  e o calor específico a volume constante  $c_v$ . Além disso, conforme apresentado na equação 3.7, o módulo de compressibilidade isotérmico tangente é igual ao módulo de compressibilidade isotérmico secante quando a pressão no segundo ( $K_{is}$ ) for aproximadamente igual ao dobro da pressão no primeiro ( $K_{it}$ ) (SAE-AIR 1362, 2000).

Módulo de compressibilidade sônico  $K$  (Eq. 3.8) possui o mesmo valor de  $K_t$  (Eq. 3.8) e é calculado através da velocidade do som no fluido e sua massa específica pela equação:

$$K = \rho a_0^2 \quad \text{Eq. 3.8}$$

onde  $K$  é o módulo de compressibilidade sônico,  $\rho$  a massa específica do fluido e  $a_0$  a velocidade do som (CHO; LEE; OH, 2000).

Para o presente trabalho, o módulo de compressibilidade utilizado é o adiabático tangente, também referenciado como sônico, já que o processo de propagação de ondas de pressão é um processo que ocorre com variação rápida de pressão e volume.

Os diferentes módulos de compressibilidade apresentados nesta seção provêm de estudos feitos sob condições ideais, sendo que seus resultados nem sempre podem ser aplicados em sistemas reais (MANRING, 1997).

Os principais fatores que afetam o módulo de compressibilidade efetivo são a pressão estática do fluido, temperatura, geometria e rigidez do tubo, quantidade de ar dissolvido e as condições de interface entre o fluido e o ar (e.g. reservatório de fluido). Estes fatores serão abordados nas próximas seções.

### 3.2.2 Efeito da espessura e material da parede do tubo

Segundo a norma ESDU 83046 (2007),  $a_0$  (Eq. 3.8) representa a velocidade do som em uma grande quantidade de fluido incompressível e não confinado, ou seja, sem sofrer influência de um corpo externo, que contenha o fluido.

Entretanto, uma onda de pressão sofre forte influência das paredes do tubo ao se propagar dentro da linha hidráulica. Para entender melhor essa influência, basta imaginar uma seção transversal do tubo preenchida com fluido que acaba de receber um acréscimo de pressão (propagação da onda). Quando a pressão nesta seção transversal aumenta, as paredes do tubo por não serem totalmente rígidas se expandem pela ação do acréscimo da pressão. Com isso, ocorre a diminuição da velocidade de propagação do pulso, ou seja, velocidade do som efetiva no fluido.

Portanto, a elasticidade das paredes dos tubos que contêm um fluido reduz a velocidade das ondas por um fator que depende das dimensões, da forma da seção transversal e do material do tubo.

A equação geral para a velocidade da onda para escoamentos em tubulações flexíveis é expressa segundo a expressão:

$$a = \left[ \rho \left( \frac{1}{\gamma K} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \text{Eq. 3.9}$$

onde  $a$  é a velocidade do som corrigida em fluidos,  $\rho$  é a massa específica,  $p$  é a pressão,  $A$  é a área da seção transversal interna da tubulação ou túnel e  $\left( \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right)$  representa a deformação da área em função da pressão interna na tubulação (ESDU 83046, 2007).

A equação 3.10 exprime matematicamente a interação que há entre o fluido e as paredes da tubulação. Essa interação acontece pois durante a propagação da onda em um duto, as paredes que englobam o fluido acabam se deformando devido à pressão e, consequentemente, há um acoplamento fluido-estrutura onde as flutuações de pressão no fluido causam deformação das paredes do duto e vice-versa.

É válido ressaltar que as formulações para correção da velocidade do som apresentadas neste documento só são válidas para frequências abaixo da frequência de corte da tubulação, que é de aproximadamente 70 kHz. Portanto, como as simulações e medições são realizadas para frequências de até 5 kHz, é válida a utilização das formulações para

correção da velocidade do som, sendo assim inserida a consideração de propagação de ondas planas para o presente trabalho.

Assumindo que a razão de calores específicos  $\gamma$  seja unitária para líquidos, a norma (ESDU 83046, 2007), após algumas considerações e simplificações, apresenta uma estimativa para a velocidade do som corrigida para líquidos dentro de uma tubulação de parede fina e com seção transversal circular, conforme a equação:

$$a = \left[ \rho \left( \frac{1}{K} + \frac{D\phi}{mE} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \text{Eq. 3.10}$$

$$\frac{D\phi}{mE} = \Lambda, \quad \text{Eq. 3.11}$$

onde  $D$  é o diâmetro médio da tubulação,  $\phi$  é o fator de restrição da linha,  $E$  é o módulo de elasticidade do material da tubulação,  $m$  é a espessura da parede da tubulação e  $\Lambda$  é o fator de deformação da área.

Com base nas equações 3.10 e 3.11, nota-se a influência exercida pela espessura  $m$ , diâmetro  $D$  e módulo de elasticidade  $E$  do material do tubo. Quanto maior for a resistência ao movimento das paredes da tubulação, ou seja, quanto mais rígida for a estrutura que envolve o fluido, maior será a velocidade da onda  $a$ , tendendo assintoticamente à configuração de tubulação com paredes rígidas (propagação do som no fluido sem influência das paredes). Portanto, a velocidade do som  $a$  é diretamente proporcional às grandezas:  $E$  – módulo de elasticidade do material do tubo,  $m$  - espessura da parede e  $K$  – *bulk modulus* do fluido. Em contrapartida, com o aumento do diâmetro  $D$  da tubulação ocorre a diminuição da velocidade do som corrigida  $a$ .

O fator de restrição  $\phi$  apresentado nas equações 3.10 e 3.11 é um parâmetro que representa a condição de restrição da tubulação. Para tubulações com elevado módulo de elasticidade, como aço e concreto, ou linhas com juntas de expansão o valor de  $\phi$  é assumido igual a 1. Para linhas com movimento axial restringido o valor é dado pela seguinte expressão:

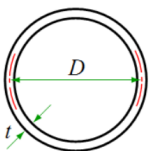
$$\phi = (1 - \nu^2), \quad \text{Eq. 3.12}$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do material da tubulação. Para tubos nos quais o movimento axial ocorre devido ao aumento de pressão na

extremidade fechada da tubulação, a restrição da tubulação é calculada pela expressão:

$$\phi = \left(1 - \frac{v}{2}\right). \quad \text{Eq. 3.13}$$

Na prática, essas restrições idealizadas raramente ocorrem. Além disso, a influência desse parâmetro é muito pequena se comparada à influência de outros parâmetros. Dessa forma, o valor das restrições geralmente é assumido como sendo unitário, adicionando um pequeno erro à estimativa da velocidade. A Figura 3.5 apresenta os possíveis fatores de restrição de forma resumida.




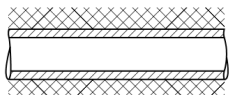
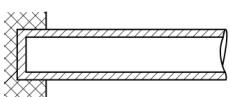
Fatores de restrição de linhas		$\phi$
Juntas de expansão frequentes		1
Movimento axial restringido por todo o comprimento da tubulação		$(1 - v^2)$
Restringido na ponta e distante da fonte de ondas de pressão		$\left(1 - \frac{v}{2}\right)$

Figura 3.5: Os 3 tipos de restrição para tubulações.

Fonte: ESDU 83046 (2007).

### 3.2.3 Efeito da presença de ar no fluido

Conforme mencionado anteriormente, o módulo de compressibilidade sofre também forte influência do ar contido no fluido. Para sistemas hidráulicos, os movimentos alternados dos pistões, o trabalho das válvulas, restrições, vazamentos de ar e até mesmo o reservatório de fluido podem servir como agentes “injetores” de ar no fluido (vide Figura 3.6). Desta forma, o fluido passa a ser uma mistura de líquido e gás.

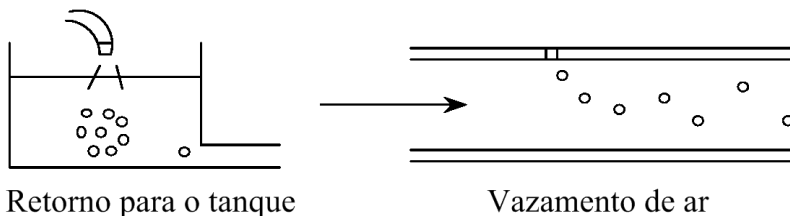


Figura 3.6: Formas de inserção de ar no fluido em sistemas hidráulicos.  
Fonte: LMS (2008a).

Segundo Cho et al (2000), uma parte do ar contido fica dissolvido na forma molecular enquanto o resto se apresenta na forma de pequenas bolhas, também chamado de ar aprisionado. O ar dissolvido tem pouco efeito sobre o módulo de compressibilidade do fluido (NYKÄNEN, 2000). Porém, o ar aprisionado na forma de bolhas representa uma das variáveis mais influentes no módulo de compressibilidade efetivo (MANRING, 1997).

De acordo com Merrit (1967), 1% de ar aprisionado pode reduzir o módulo de compressibilidade efetivo do fluido em até 75% do módulo de compressibilidade ideal do fluido. Essa forte influência sobre o *bulk modulus* ocorre também com a presença de outros gases e não somente de ar. Quanto menor o peso molecular do gás, maior o efeito deste no módulo de compressibilidade efetivo do fluido (HOWELLS; NORTON, 1984).

### 3.2.4 Efeito da temperatura e pressão estática

O efeito do ar no módulo de compressibilidade efetivo sofre forte influência da pressão estática do fluido, sendo que essa influência é maior para pressões mais baixas. Uma das razões para o efeito da pressão no módulo de compressibilidade é a relação entre o ar aprisionado e o ar dissolvido no fluido. Com o aumento da pressão estática do fluido, o ar aprisionado tende a se transformar em ar dissolvido (JINGHONG et al, 1994).

Isso acontece porque quando a pressão estática decai, as moléculas do fluido se encaixam de forma mais “espaçada”, deixando mais espaço livre disponível para acomodar moléculas de ar. Desta forma, quando o fluido em baixa pressão é comprimido, os espaços que estavam disponíveis para entrada de ar diminuem rapidamente. Em

contrapartida, os espaços livres entre as moléculas podem ser desprezados quando a pressão estática do fluido for elevada (KELA, 2010). Portanto, se a pressão de um sistema hidráulico for maior que 50 bar (5 MPa), o efeito da presença de ar no fluido é baixo (KAJASTE et al, 2006).

Vale ressaltar que a pressão de trabalho para os sistemas hidráulicos aeronáuticos aqui estudados é superior a 50 bar, e que os ensaios experimentais foram feitos com pressões da ordem de 180 bar (18MPa). Portanto, segundo a literatura, o efeito do ar dentro do fluido hidráulico pode ser desprezado na estimativa do *bulk modulus* efetivo.

Para ilustrar melhor a dependência do *bulk modulus* em relação à pressão, em termos de ar aprisionado, na Figura 3.7 são apresentadas as curvas do módulo de compressibilidade do fluido para diferentes quantidades de ar aprisionado, onde a porcentagem de ar presente no fluido é obtida através da seguinte equação:

$$x = \frac{V_{ar}}{V_{liq} + V_{ar}}, \quad \text{Eq. 3.14}$$

onde  $x_a$  é a fração volumétrica de ar no fluido,  $V_{ar}$  é o volume de todo o ar separado do líquido e  $V_{liq}$  é o volume de líquido sem nenhum ar dissolvido ou aprisionado da mistura.  $V_{liq}$  e  $V_{ar}$  devem estar na mesma pressão e temperatura da mistura (LMS, 2008a).

A temperatura do fluido é outro fator que tem efeito significativo sobre o módulo de compressibilidade do fluido. A temperatura tem efeito na quantidade de ar dissolvido e aprisionado no fluido, afeta o tamanho das pequenas bolhas de ar no fluido e, por consequência, o *bulk modulus* também (JINGHONG et al, 1994). Um acréscimo na temperatura também causa mudanças a nível molecular, gerando colisões mais vigorosas entre as moléculas, o que pode eventualmente causar mudanças na sua estrutura molecular e provável diminuição no seu volume efetivo (VARDE, 1984).

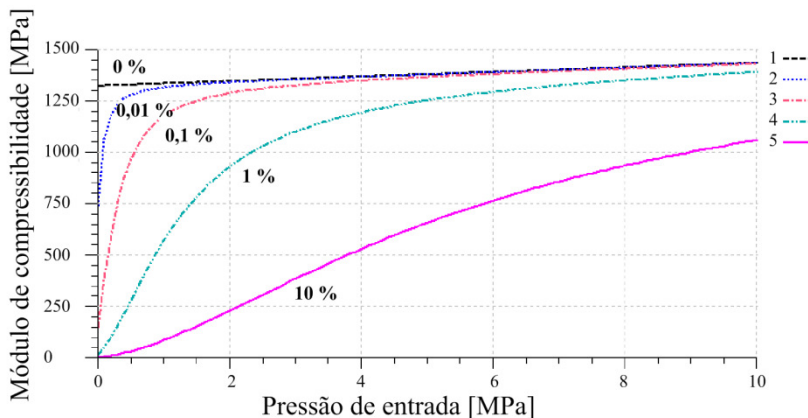
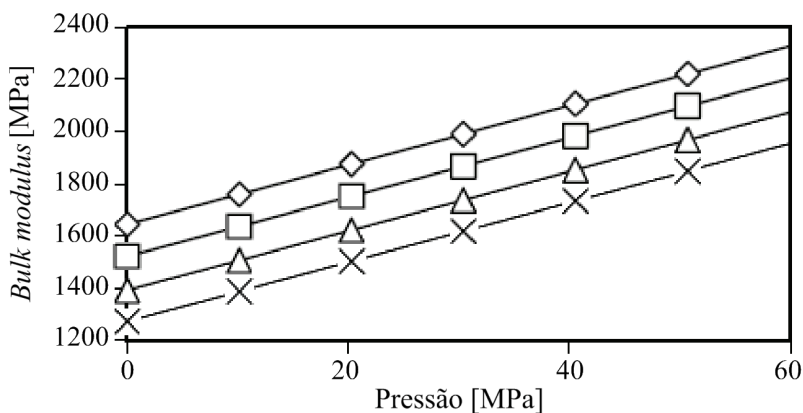


Figura 3.7: Efeito do ar aprisionado simulado no programa AMESim.

Fonte: LMS (2008a).

Na Figura 3.8 estão mostradas as curvas do módulo de compressibilidade em função da temperatura e pressão para um fluido hidráulico típico. Nota-se que o *bulk modulus* é diretamente proporcional à pressão e inversamente proporcional à temperatura.



♦ 25 °C - □ 40 °C - △ 60 °C - × 80 °C

Figura 3.8: Efeito da temperatura e pressão estática no módulo de compressibilidade do fluido. Fonte: Kuss (1976).

### 3.2.5 Velocidade do som calculada

De acordo com as seções anteriores, existem diversos métodos e considerações para a determinação da velocidade de propagação de uma onda de pressão no fluido. Considerações para processos isentrópicos, isotérmicos, efeitos de bolhas de ar, ar dissolvido, temperatura, pressão estática, geometria da tubulação, entre outros.

Também foi mencionada a relação entre o módulo de compressibilidade (*bulk modulus*) e a velocidade do som. Chegou-se à conclusão de que o módulo de compressibilidade mais representativo na prática é o módulo de compressibilidade adiabático tangente. Além disso, a forma de se calcular a velocidade do som escolhida foi através da equação 3.10, pois esta equação considera a parcela referente ao acoplamento fluido-estrutura, possibilitando a simulação do ruído propagado na tubulação sem a necessidade de simular a propagação pela estrutura, bastando somente a simulação das ondas via fluido.

Neste item serão calculadas duas velocidades de propagação do som, uma velocidade corrigida para utilização nos cálculos das perdas de transmissão teóricas e outra para utilização nos modelos numéricos. Estas duas velocidades de propagação são corrigidas para efeitos de pressão estática, temperatura, geometria e material da tubulação. As propriedades do fluido são obtidas através de curvas obtidas de catálogos do fornecedor.

Por meio das figuras 3.9 e 3.10 é possível se obter o módulo de compressibilidade adiabático tangente e a massa específica do fluido, respectivamente, para determinadas temperatura e pressão.



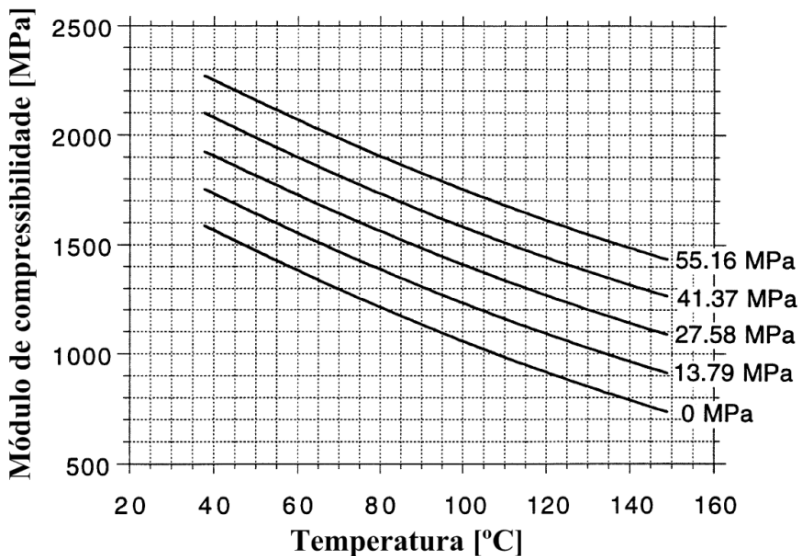


Figura 3.9: Módulo de compressibilidade adiabática tangente para o fluido MIL-H-5606. Fonte: SAE-AIR 1362 (2000).

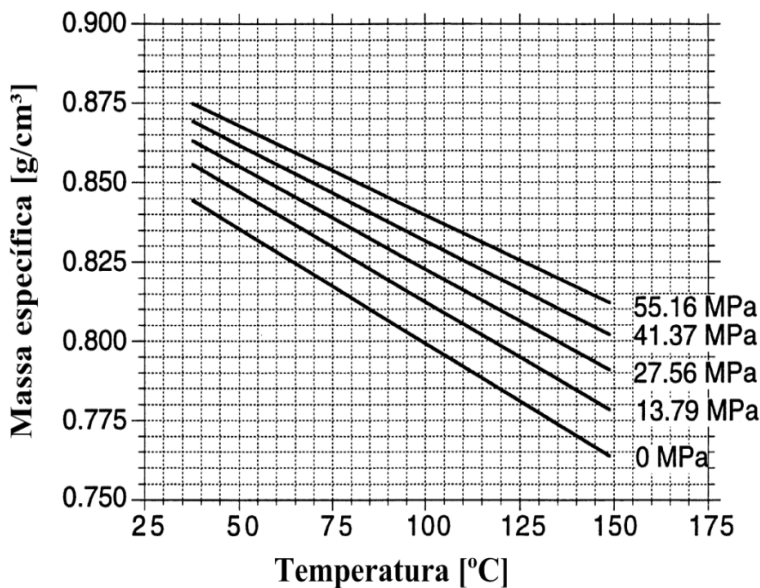


Figura 3.10: Massa específica para o fluido MIL-H-5606. Fonte: SAE-AIR 1362 (2000).

Para a realização das simulações no programa AMESim e para quaisquer efeitos de cálculo, assumiu-se que a pressão estática e a temperatura do fluido no circuito hidráulico simplificado (bancada experimental) fossem constantes: pressão de 180 bar (18 MPa) e temperatura de 50 °C.

Como a bancada experimental estava equipada com válvulas reguladoras de pressão e vazão, o critério de 18 MPa de pressão estática constante podia ser alcançado sem muito esforço.

Apesar de existir uma pequena variação na temperatura (de até 5 °C no máximo), a temperatura do fluido foi considerada constante para efeitos de cálculo, já que Jinghong et al (1994) sugerem pouca influência no *bulk modulus* devido a pequenas variações na temperatura, o que é possível também de se perceber na Figura 3.9.

Portanto, existem duas velocidades do som corrigidas que foram utilizadas neste trabalho. As duas são obtidas através da inserção dos dados da Tabela 3.1 nas equações 3.10 e 3.13, equações que calculam a velocidade do som em líquidos corrigida para tubulação com paredes finas e seção constante.

Tabela 3.1: Dados para velocidades do som corrigidas  $a_A$  e  $a_B$ .

	Correção A	Correção B
$p$	0 MPa	18 MPa
$T$	50 °C	50 °C
$\rho$	835 kg/m <sup>3</sup>	850 kg/m <sup>3</sup>
$K$	1460 Mpa	1740 MPa
$E$	210 GPa	210 GPa
$D$	$11,4 \cdot 10^{-3}$ m	$11,4 \cdot 10^{-3}$ m
$m$	$7 \cdot 10^{-4}$ m	$7 \cdot 10^{-4}$ m
$\nu$	0,3	0,3
$\phi$	0,85	0,85
$a$	1292,9 m/s	1355,2 m/s

Utilizando-se a correção “A” (seguindo a Tabela 3.1), chegou-se à velocidade do som corrigida  $a_A$  (vide Tabela 3.1), que é utilizada somente para realização das simulações no programa AMESim. O próprio AMESim corrige a velocidade de acordo com a pressão estática, portanto foram utilizadas pressão de 0 MPa e temperatura de 50 °C na obtenção da massa específica  $\rho$  e módulo de compressibilidade  $K$  nas

figuras 3.9 e 3.10. Os outros parâmetros referem-se à geometria da tubulação ( $D, t$ ) e material empregado (aço comercial com módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3). Utilizou-se também a equação 3.13 para o cálculo do fator de restrição  $\phi$ .

Também seguindo a Tabela 3.1 e através da correção “B” calculou-se a velocidade do som corrigida  $a_B$  para pressão estática de 18 MPa e temperatura de 50 °C, velocidade esta que também está apresentada na Tabela 3.1.

Por fim, calculando-se a velocidade do som sem correções geométricas, mas com temperatura de 50 °C e pressão de 0 MPa (para uso no programa AMESim), foram obtidos os seguintes valores:

- $a_{\text{corrigido}} = 1262,9 \text{ m/s}$ ;
- $a_{\text{não-corrigido}} = 1322,31 \text{ m/s}$ .

A velocidade  $a_{\text{não-corrigido}}$ , conforme já mencionado, é a velocidade do som no fluido hidráulico obtida diretamente através da aplicação da equação 3.2 e do uso das figuras 3.9 e 3.10. A velocidade não corrigida não será efetivamente empregada em nenhum modelo numérico ou formulação analítica neste trabalho, servindo apenas como referência para melhor compreensão dos efeitos já mencionados da tubulação, temperatura, pressão, etc. Para todos os modelos numéricos e analíticos serão empregadas velocidades corrigidas, de forma a possibilitar os cálculos do campo acústico dentro do fluido já considerando a influência externa da tubulação e das condições de pressão e temperatura.

### 3.3 MÉTODOS DE CONTROLE

Existe no mercado uma grande variedade de acessórios que reduzem o FBN (*Fluid-Borne Noise*). Tais acessórios, quando bem projetados, podem gerar uma atenuação de 20 dB até 40 dB (10:1 até 100:1) (Johnston, 2007). Estes acessórios são chamados de atenuadores de ruído, ou seja, reduzem o ruído propagado sem diminuir sua vazão. Trabalham basicamente através de dois mecanismos: o de reatividade e o de dissipação.

Atenuadores cujo mecanismo de redução principal se dá pela dissipação da energia são também conhecidos como filtros de absorção. São basicamente acumuladores hidráulicos que absorvem a energia das

ondas de pressão no gás que acumulam (ver Figura 3.11). Através da compressão e expansão do gás dentro do reservatório, a energia das flutuações de pressão no fluido são transformadas em calor.

A característica de amortecimento é mais acentuada nas baixas frequências (de 50-300 Hz aprox.), podendo atenuar em até 60 dB uma estreita faixa de frequência (1000:1). Em contrapartida, atenuadores deste tipo não trabalham bem em frequências mais altas, pois a inércia da membrana passa ser um obstáculo na dissipação da energia. Isso ocorre devido às altas taxas de deformação impostas à membrana, já que as ondas de pressão em alta frequência oscilam de forma mais rápida e com menor amplitude (ORTWIG, 2005). Apesar de Ortwig ter classificado o acumulador hidráulico (vide Figura 3.11) como um atenuador dissipativo, esse atenuador também se comporta como um ressonador de Helmholtz (ver figuras 3.13 e 3.17), apresentando pequenas diferenças no seu espectro de atenuação devido ao mecanismo de absorção da energia (curva mais amortecida).

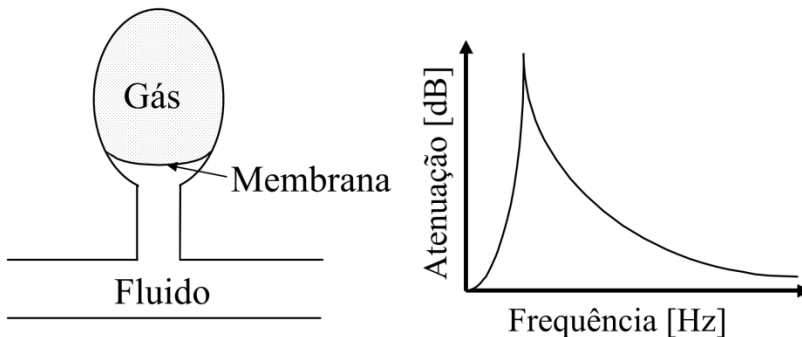


Figura 3.11: Filtro de absorção tipo acumulador hidráulico.

Fonte: Ortwig (2005).

O melhor local para aplicação de um filtro de absorção é na descarga da bomba, pois evita que as pulsações atuem no restante do circuito. Algumas bombas aeronáuticas têm filtros colocados na linha de descarga bem próximos a elas. Esses filtros têm a função de reter partículas sólidas, porém contêm uma grande quantidade de fluido, o que acaba contribuindo para a redução do ruído.

Por outro lado, os atenuadores de ruído cuja dissipação do ruído pode ser desconsiderada são conhecidos como filtros reativos. Os filtros reativos produzem atenuação através da reflexão de onda, ou seja, quando uma onda atinge uma região com variação de impedância, parte

dela é refletida e o restante é transmitida. O aumento da impedância aumenta a reflexão e reduz a transmissão. Filtros acústicos (*Mufflers*) automotivos funcionam com esse princípio. Alguns tipos de filtros reativos são: câmaras de expansão, tubos ressonantes e ressonadores de Helmholtz.

### 3.3.1 Perda de Transmissão

Uma forma comum de quantificar a atenuação das ondas de pressão dentro de dutos é através da perda de transmissão, que é calculada através das seguintes equações:

$$TL = -10 \log_{10}(\tau), \quad \text{Eq. 3.15}$$

$$\tau = \frac{W_{trans}}{W_{incid}} = \frac{(p_{rms}^{trans})^2 / Z_2}{(p_{rms}^{incid})^2 / Z_1}, \quad \text{Eq. 3.16}$$

onde TL é a perda de transmissão (*Transmission Loss*),  $\tau$  é o coeficiente de transmissão de energia,  $p_{rms}^{trans}$  e  $p_{rms}^{incid}$  são os valores RMS (*Root Mean Square*) das pressões transmitida e incidente respectivamente, e  $z_1$  e  $z_2$  as impedâncias dos meios 1 e 2 (BLACKSTOCK, 2000).

A perda de transmissão para um componente de atenuação representa o impacto que o atenuador tem na propagação da energia vibroacústica pelo duto, ou seja, quanto maior a perda de transmissão, menos energia é transmitida por aquela região.

Para cada componente existe uma forma analítica de se calcular o coeficiente de transmissão de energia, logo, tais expressões são apresentadas individualmente para cada atenuador de ruído nas seções subsequentes.

### 3.3.2 Ressonador de Helmholtz

Instalado lateralmente à tubulação, é composto basicamente por um volume fechado e um pescoço (ver Figura 3.12). Ao se propagar pela tubulação uma onda acústica, é possível se identificar no ressonador de Helmholtz dois processos: dissipativo no pescoço e reativo na câmara com volume fechado.



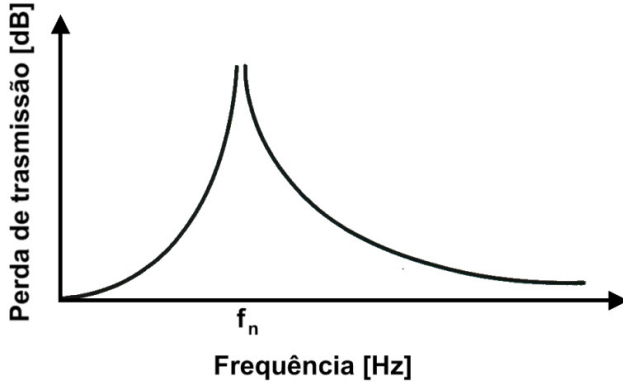


Figura 3.14: Perda de transmissão para um ressonador de Helmholtz.

Segundo Reynolds (1985), a frequência de ressonância  $f_n$  e a perda de transmissão TL podem ser calculadas conforme as equações:

$$f_n = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_2}{L_H' V}}, \quad \text{Eq. 3.17}$$

$$k_n = \sqrt{\frac{S_2}{V L_H'}}, \quad \text{Eq. 3.18}$$

$$TL = 10 \log_{10} \left[ \frac{\left( \frac{S_2}{2S_1 k_n L_H'} \right)^2 \left( \frac{f_n}{f} \right)^2 + \left( \frac{f_n^2}{f^2} - 1 \right)^2}{\left( \frac{f_n^2}{f^2} - 1 \right)^2} \right], \quad \text{Eq. 3.19}$$

onde  $TL$  é a perda de transmissão,  $f_n$  é a frequência de ressonância,  $c_0$  é a velocidade do som no meio,  $k_n$  é o número de onda calculado na forma  $k_n = \frac{\omega_n}{c_0}$ ,  $L_H'$  é o comprimento efetivo do pescoço,  $V$  é o volume do ressonador,  $S_1$  é a área da seção transversal da tubulação e  $S_2$  é a área da seção transversal do pescoço do ressonador.

O comprimento efetivo  $L_H'$  mencionado nas equações acima é o comprimento do pescoço do ressonador de Helmholtz corrigido para os tipos de terminações ali presentes. De acordo com Lenzi (2010), o comprimento efetivo do pescoço pode ser encontrado através das seguintes equações, para terminação flangeada e não flangeada, respectivamente:

$$L_H' = L_H + 2 \cdot 0,85r, \quad \text{Eq. 3.20}$$

$$L_H' = L_H + (0,85 + 0,65)r, \quad \text{Eq. 3.21}$$

onde  $L_H'$  é o comprimento efetivo do pescoço,  $L_H$  é o comprimento do pescoço e  $r$  é o raio interno do pescoço.

Outra forma de se calcular a perda de transmissão  $TL$  para ressonadores de Helmholtz foi proposta por Skaistis (1988) através da equação:

$$TL = 10 \log_{10} \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{V}{2LS_2} \right) \left( \frac{f}{f_n} - \frac{f_n}{f} \right)^{-1} \right]^2 \right\}. \quad \text{Eq. 3.22}$$

### 3.3.3 Câmara de Expansão

Aumentando-se a área da seção transversal da tubulação, cria-se uma câmara de expansão (vide Figura 3.15) cuja função é reduzir a transmissão das ondas de pressão dentro do fluido.

O mecanismo de redução da propagação das ondas de pressão numa câmara de expansão está baseado na reflexão das ondas. A variação da área da seção transversal do duto cria uma variação de impedância, o que implica na reflexão de parte das ondas dependendo da frequência destas. Esse mecanismo está representado na Figura 3.15, onde as ondas foram definidas da seguinte forma:

- $p_i$  representa as ondas de incidência;
- $p_R$  representa as ondas refletidas;
- $p_1$  representa as ondas na direção positiva do eixo x dentro da câmara;
- $p_2$  representa as ondas na direção negativa do eixo x dentro da câmara;
- $p_T$  representa as ondas transmitidas.



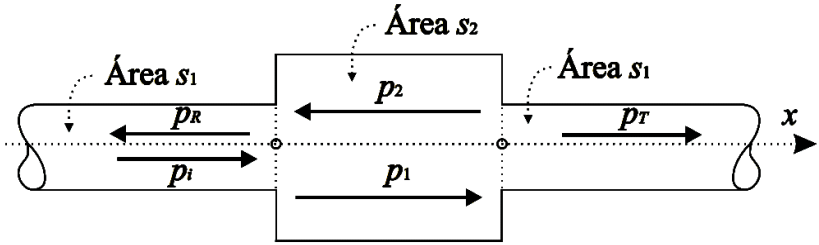


Figura 3.15: Câmara de expansão.

Câmaras de expansão proporcionam atenuação ao longo de amplas faixas de frequência, sendo que maiores atenuações são alcançadas quanto maior a razão entre as áreas  $\frac{S_2}{S_1}$ . Conforme mostra a Figura 3.16, existem frequências nas quais a atenuação é nula. Isso ocorre quando o comprimento da câmara  $L$  se iguala a múltiplos inteiros de meio comprimento de onda  $\lambda$ , seguindo o padrão:  $L = \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, 2\lambda, 5\lambda/2$ , e assim por diante.

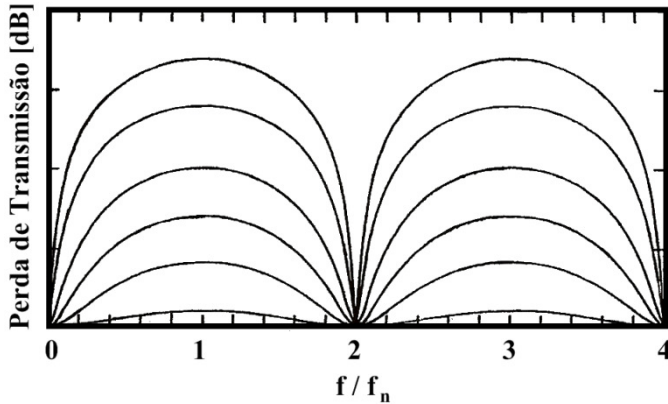


Figura 3.16: Perda de transmissão para uma câmara de expansão.

Fonte: Reynolds (1985).

O cálculo da perda de transmissão para câmaras de expansão, de acordo com Reynolds (1985), é feito conforme a expressão:

$$TL = 10 \log_{10} \left[ \cos^2(kL_M) + \frac{1}{4} \left( \frac{S_M}{S_1} + \frac{S_1}{S_M} \right)^2 \sin^2(kL_M) \right], \quad \text{Eq. 3.23}$$

onde  $TL$  é a perda de transmissão,  $k$  é o número de onda,  $L_M$  é o comprimento da câmara,  $S_1$  é a área da seção transversal da tubulação e  $S_M$  é a área da seção transversal da câmara.

Existem trabalhos na literatura que analisam atenuadores tipo câmara de expansão aplicados a circuitos hidráulicos. É o caso do trabalho de Ortwig (2005) que analisou o efeito da utilização de câmaras de expansão em circuitos hidráulicos excitados por uma bomba. No seu experimento, vide Figura 3.17, Ortwig utilizou uma bomba com 9 pistões axiais, prato inclinado, deslocamento variável com rotações variando entre 700 e 2700 rpm, gerando excitações entre 105 e 405 Hz.

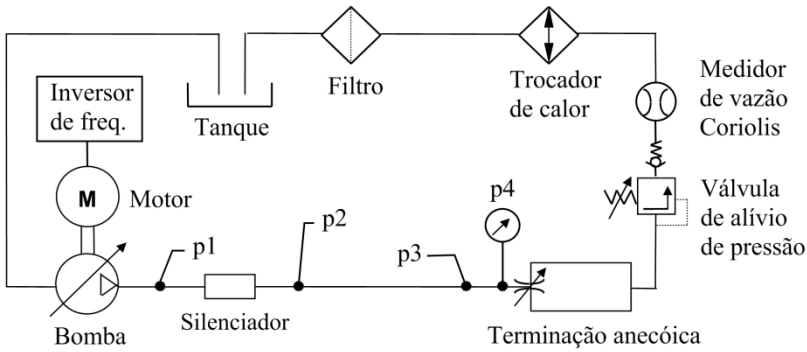


Figura 3.17: Bancada experimental para análise de silenciador.

Fonte: Ortwig (2005).

Após a bomba, foi conectado um atenuador do tipo câmara de expansão (silenciador) com transdutores de pressão dinâmica instalados antes e depois ( $p1$  e  $p2$ ), responsáveis pela obtenção da perda de transmissão através da equação:

$$TL = 20 \log \left( \frac{p1}{p2} \right). \quad \text{Eq. 3.24}$$

Seguindo a linha hidráulica, outros dois transdutores de pressão ( $p3$  - pressão dinâmica, e  $p4$  - pressão absoluta) estavam dispostos de forma a avaliar a reflexão da terminação anecóica à jusante de  $p4$ . Por fim, uma terminação anecóica, uma válvula de alívio de pressão, um medidor de vazão mássica tipo Coriolis, um trocador de calor e um filtro completavam o circuito.

Em seu trabalho, Ortwig comparou dados experimentais de perda de transmissão para uma câmara de expansão (vide figuras 3.18 e 3.19)

com resultados teóricos analíticos descritos por Larsson (1987) e Hoffmann (1976), os quais utilizaram a formulação abaixo para calcular a perda de transmissão:

$$TL = 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left[ \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 - 1 \right] \sin^2 \left( \frac{L_M \omega}{c_0} \right)}, \quad \text{Eq. 3.25}$$

onde  $D_1$  é o diâmetro da tubulação,  $D_2$  é o diâmetro da câmara de expansão e  $L_M$  é o comprimento da câmara de expansão.

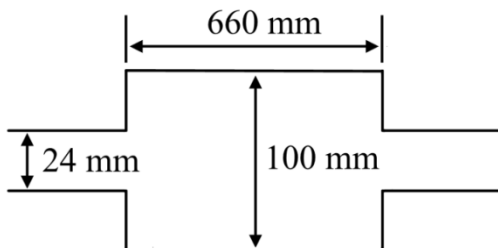


Figura 3.18: Câmara de expansão analisada por Ortwig (dimensões).

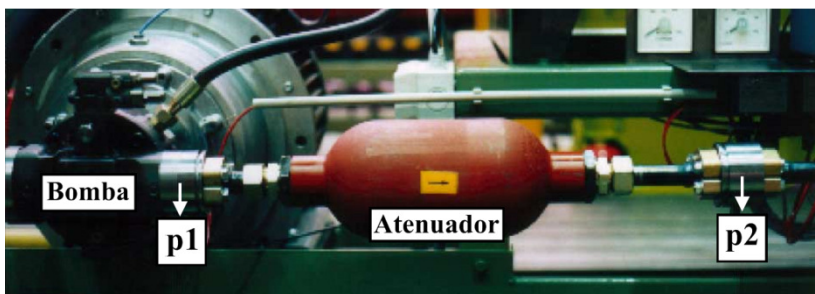


Figura 3.19: Câmara de expansão analisada por Ortwig.  
Fonte: Ortwig (2005).

Os resultados obtidos por Ortwig mostraram boa concordância, e podem ser visualizados nas figuras 3.20 e 3.21, que mostram os resultados analítico e experimental, respectivamente.

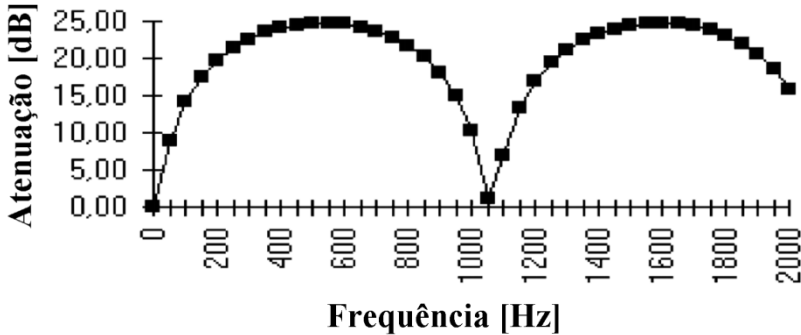


Figura 3.20: Resultado para perda de transmissão analítico obtido da equação 3.25. Fonte: Ortwig (2005).

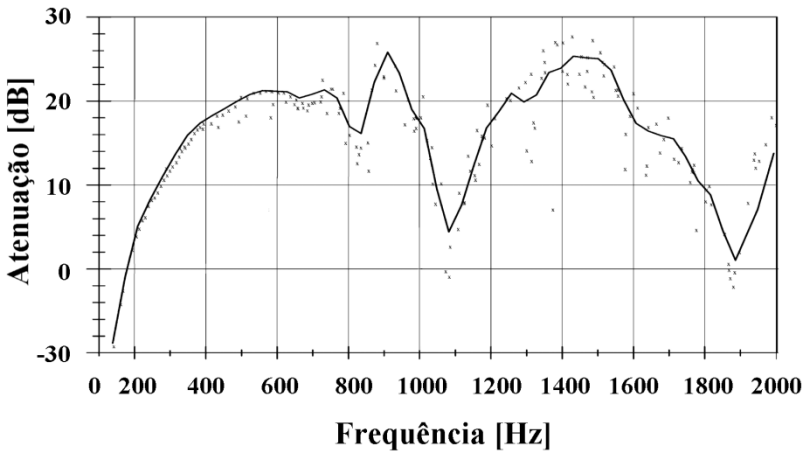


Figura 3.21: Resultado experimental para perda de transmissão. Fonte: Ortwig (2005).

### 3.3.4 Tubo Lateral

Trata-se basicamente de um tubo com uma extremidade fechada e outra conectada lateralmente à linha hidráulica (ver Figura 3.22 à esquerda). Esta configuração aberto-fechada exibe ressonâncias em frequências nas quais o ressonador acomoda múltiplos ímpares de  $1/4$  de comprimento de onda da frequência em questão. Este comportamento está apresentado na Figura 3.22, à direita.

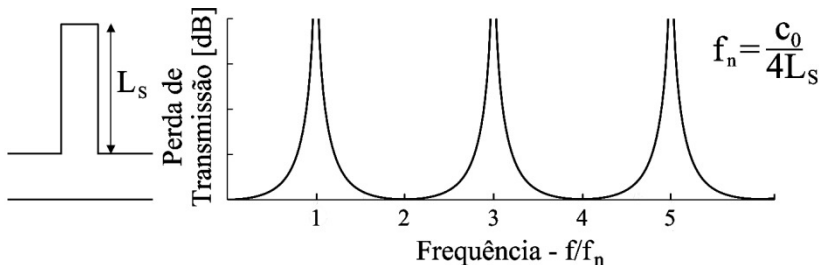


Figura 3.22: Tubo lateral e seu espectro de perda de transmissão.

As frequências de ressonância deste tipo de ressonador lateral podem ser calculadas através de:

$$f_i = (2i - 1) \frac{c_0}{4L_s}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \text{Eq. 3.26}$$

onde  $f_i$  é a frequência de ressonância e  $L_s$  é o comprimento do tubo lateral. Sua perda de transmissão é dada por (REYNOLDS, 1985):

$$TL = 10 \log_{10} \left\{ 1 + \left( \frac{s_b}{2s} \right)^2 \tan^2 kl_b \right\}. \quad \text{Eq. 3.27}$$

Este tipo de atenuador possui uma concepção construtiva bastante simples em comparação com outros atenuadores, e possui como vantagem a capacidade de atenuar a frequência fundamental e algumas harmônicas, o que é bastante característico em bombas hidráulicas.

### 3.3.5 Resumo

No capítulo 3.3 foram apresentadas algumas soluções para a redução do FBN propagado pelas linhas hidráulicas. Existem ainda outros tipos de atenuadores de ruído (e.g. acumulador tipo *pass-through filters*, tubo de *Quincke*, etc), entretanto para limitar o escopo do projeto optou-se pelo estudo dos três tipos mais básicos de atenuadores, tubo lateral, câmara de expansão e ressonador de Helmholtz. Foi feita esta escolha pois estes atenuadores possuem concepção simples, são de baixo custo, apresentam alta confiabilidade e não são difíceis de serem encontrados no mercado.

Vale ressaltar que os modelos teóricos apresentados neste capítulo consideram o campo sonoro sem dissipação, onde o meio é

considerado não viscoso, bem como são consideradas apenas ondas planas, ou seja, limitando a frequência de estudo para a frequência de corte do duto.

## CAPÍTULO 4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Conforme já mencionado, o objetivo deste trabalho é estudar a propagação do ruído via fluido hidráulico, ou seja, o FBN (*fluid-borne noise*). Para isso, modelos numéricos foram desenvolvidos através da utilização do *software* comercial AMESim (Advanced Modeling Environment for performing Simulations of engineering system).

O *software* AMESim (LMS Imagine SA, 1996-2008) é um programa de simulação para engenharia que envolve um pacote capaz de combinar diversos tipos de sistemas físicos simultaneamente (e.g. sistemas mecânicos, hidráulicos, elétricos, pneumáticos, térmicos, etc.). Além disso, possui uma interface bastante amigável do tipo *Bond-Graph*, onde o usuário pode selecionar componentes individuais, posicioná-los da forma que desejar e, posteriormente, interconectá-los criando, assim, uma “maquete” representativa de um determinado sistema físico real (LIETTE, 2009). A Figura 4.1 traz como exemplo uma bomba de injeção em linha modelada com este *software*.

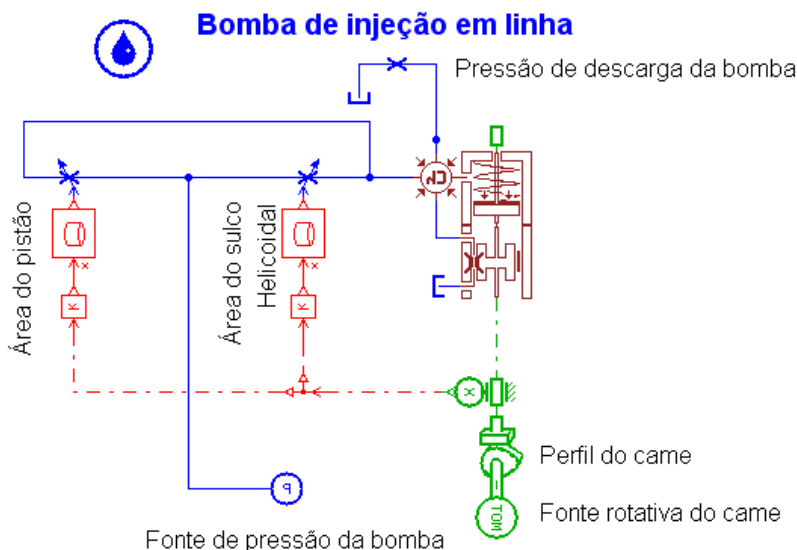


Figura 4.1: Sistema físico representado na forma *Bond-Graph* no AMESim. Fonte: LMS (2008c).

## 4.1 COMPONENTES

Os componentes básicos do AMESim são amortecedores, elementos de rigidez, massas, fontes de pressão e linhas hidráulicas, apresentados nesta ordem da direita para esquerda na Figura 4.2. Estes componentes podem ser interconectados formando o diagrama do sistema, conforme já exemplificado na Figura 4.1 (LIETTE, 2009).



Figura 4.2: Componentes básicos do AMESim.

A maioria dos modelos podem ser criados através destes componentes básicos. Entretanto, para modelos mais complexos o programa AMESim possui disponível uma grande biblioteca com diversos tipos de componentes. Alguns exemplos podem ser citados: sinais e controle, mecânica, hidráulica, pneumática, térmica, *powertrain*, refrigeração, ar-condicionado, elétrica, entre outros. Na Figura 4.3 estão alguns componentes da biblioteca de hidráulica.

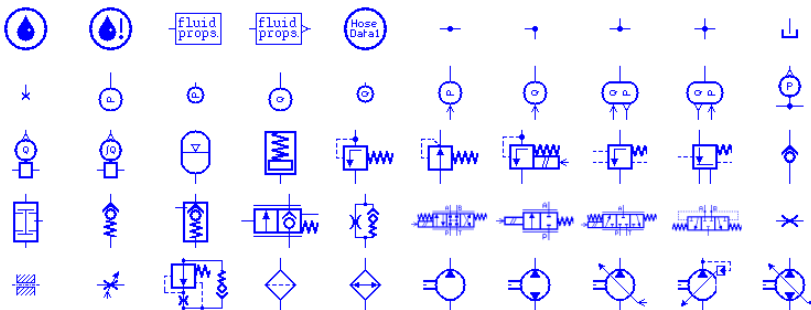


Figura 4.3: Exemplos de componentes disponíveis na biblioteca de hidráulica. Fonte: LMS (2008c).

Para cada componente é possível ainda escolher o modelo matemático a ser usado, ou seja, dependendo da aplicação o usuário pode optar por modelos com diferentes considerações nas formulações físicas do problema. No caso das tubulações hidráulicas, por exemplo, o usuário pode optar por modelos que simplesmente façam a conexão direta entre componentes, sem considerar atrito, paredes da tubulação, etc, ou utilizar modelos mais complexos que considerem a



compressibilidade do fluido, o atrito do fluido com as paredes da tubulação, expansão das paredes da tubulação, entre outros. Como o foco deste trabalho é a aplicação de atenuadores de ruído em linhas hidráulicas para comparação com um sistema hidráulico simplificado real, este capítulo se limitará a apresentar apenas as equações envolvidas nos componentes que foram utilizados para simular os atenuadores analisados experimentalmente, ou seja, o componente tipo linha hidráulica e câmara, os quais serão detalhados nas próximas seções.

## 4.2 DISCRETIZAÇÃO

O programa AMESim, por simular sistemas mais complexos de engenharia, reduz as equações diferenciais parciais em equações diferenciais ordinárias (EDO) ou equações diferenciais algébricas (EDA). Para isso, o programa se utiliza do conceito de parâmetros concentrados, ou seja, discretiza o espaço e assume que uma variável antes representada de forma contínua no espaço e no tempo pode ser modelada através de um único valor representativo. Como exemplo, a pressão  $p$  que é dependente das três dimensões espaciais e do tempo (eq. 4.1), no AMESim é assumida como, em cada ponto, dependente apenas do tempo (vide equação 4.2), conforme segue:

$$p = p(t, x, y, z) , \quad \text{Eq. 4.1}$$

$$p = p(t). \quad \text{Eq. 4.2}$$

Desta forma, a pressão que varia de ponto a ponto dentro de uma tubulação hidráulica é considerada como constante na seção transversal e, sua distribuição ao longo da linha é determinada através da discretização (ver Figura 4.4).

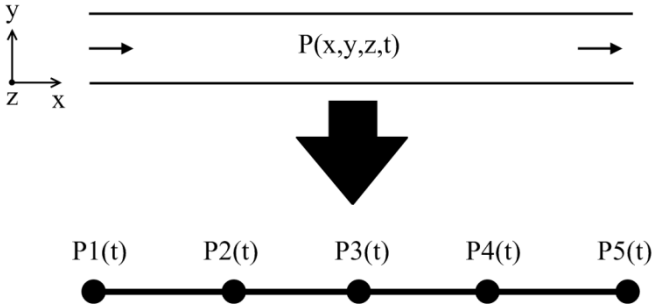


Figura 4.4: Discretização de uma tubulação hidráulica.

### 4.3 MODELO DA LINHA HIDRÁULICA

O modelo escolhido para simular as tubulações hidráulicas, sejam elas linhas principais do sistema ou linhas com terminação fechada (atenuador tipo tubo lateral), foi o HL020 (*Distributive Wave Equation of Hydraulic Pipe/Hose*). Trata-se de um modelo de parâmetros concentrados onde a linha é dividida em 12 elementos (vide Figura 4.5), dos quais 6 elementos são denominados tipo *Chamber* (*Ch*) e os outros 6 são denominados tipo *Length* (*L*). Para melhor entendimento, os dois tipos de elementos serão traduzidos neste trabalho para elemento tipo “câmara” (*Ch*) e elemento tipo “segmento” (*L*).

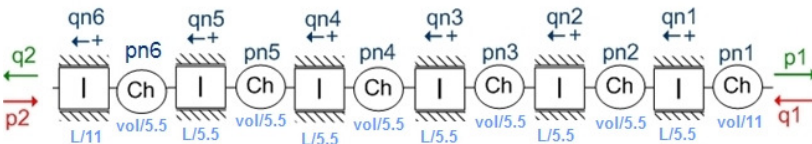


Figura 4.5: Representação do tubo através de parâmetros distribuídos no modelo HL020. Fonte: LMS (2008c).

Na Figura 4.5, os termos  $q_{n1}, \dots, q_{n6}$  representam a vazão para cada nó interno,  $p_{n1}, \dots, p_{n6}$  são as pressões,  $L$  representa o comprimento da linha,  $vol$  o volume da linha,  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões das extremidades e  $q_1$  e  $q_2$  as vazões das extremidades. Nota-se ainda na Figura 4.5 que cinco dos seis elementos tipo câmara possuem volume  $V = vol/5,5$  enquanto somente um possui volume igual a  $vol/11$ . Da mesma forma acontece com o comprimento dos elementos tipo segmento, onde cinco elementos possuem comprimento  $l = L/5,5$  e

somente um possui comprimento igual a  $L/11$  (ver Figura 4.5). Esta segmentação da linha de forma não homogênea (com elementos de diferentes valores para comprimento e volume) incorre na criação de nós cujo volume e comprimento são exatamente iguais à metade dos outros nós. Na Figura 4.6 é mostrada a conexão entre duas linhas hidráulicas onde o “Nó 3” possui volume e comprimento iguais a  $vol/11$  e  $L/11$ , respectivamente, enquanto os nós “Nó 1”, “Nó 2”, “Nó 4” e “Nó 5” possuem as seguintes dimensões:  $V = vol/5,5$  e  $l = L/5,5$ . Desta forma, conclui-se que a cada cinco nós (nó = segmento + câmara) consecutivos, o próximo possuirá dimensões iguais à metade dos outros cinco nós.

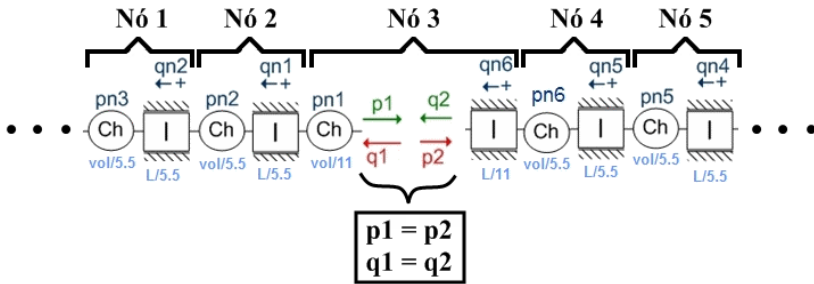


Figura 4.6: Conexão entre duas linhas hidráulicas.

Essa diferenciação na discretização não afeta os resultados, apenas insere elementos com diferentes constantes ao sistema de equações a ser resolvido numericamente.

Os dados de entrada para a resolução numérica da linha hidráulica são os valores iniciais de pressão e vazão de cada nó interno  $p_{ni}(t_0)$  e  $q_{ni}(t_0)$  para  $i = 1, 2, \dots, 6$ , e o valor de  $p_2(t_0)$  e  $q_1(t_0)$ , que representam variáveis externas, ou seja, obtidas dos componentes conectados em cada extremidade da linha. Nota-se aqui que existem 2 problemas de valores iniciais, um referente à pressão onde os valores de  $p_{ni}(t_0)$  para  $i = 1, 2, \dots, 6$  são conhecidos juntamente com  $p_2(t_0)$ , e outro problema de valor inicial para a vazão no qual são conhecidos os valores de  $q_{ni}(t_0)$  para  $i = 1, 2, \dots, 6$  e o valor de  $q_1(t_0)$ . Resolvendo o sistema de equações a linha hidráulica fornece para os componentes a ela conectados duas variáveis:  $p_1(t_0)$  e  $q_2(t_0)$ . A resolução deste problema de valor inicial está detalhada no APÊNDICE II (Resolução das equações diferenciais).

### 4.3.1 Elemento tipo câmara

O elemento tipo câmara (vide Figura 4.7) se baseia no módulo de compressibilidade efetivo do fluido, onde reescrevendo a equação 3.4, obtém-se:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{K_{ef}}{V} \partial q, \quad \text{Eq. 4.3}$$

sendo que  $\frac{dp}{dt}$  representa a taxa de variação da pressão com o tempo,  $V$  é o volume do elemento tipo câmara,  $K_{ef}$  é o módulo de compressibilidade efetivo e  $\partial q$  é a parcela infinitesimal da vazão  $\frac{\partial V}{\partial t}$  (LMS, 2008c).

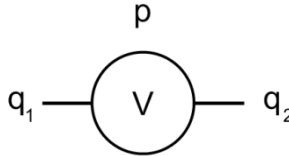


Figura 4.7: Elemento tipo câmara.

Considerando a parcela  $\partial q$  igual a  $\Delta q$  na equação 4.3, obtém-se:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{K_{ef} \Delta q(p)}{V(p)}, \quad \text{Eq. 4.4}$$

onde  $\Delta q = q_2(p) - q_1(p)$  e  $V(p)$  é o volume da câmara (ambos são funções dependentes da pressão). O volume  $V(p)$  é calculado com base na nova pressão do fluido e na rigidez das paredes da tubulação, e a vazão líquida  $\Delta q(p)$  é calculada através das vazões iniciais corrigidas pelos novos valores de massa específica  $\rho$ , obtidos com a nova pressão  $p$ . Por não representarem importância ao escopo do trabalho e por serem numerosas, as equações para cálculo de  $\Delta q(p)$  e  $V(p)$  foram aqui omitidas, mas podem ser encontradas em LMS (2008c).

### 4.3.2 Elemento tipo segmento

O elemento tipo segmento está apresentado na Figura 4.8.

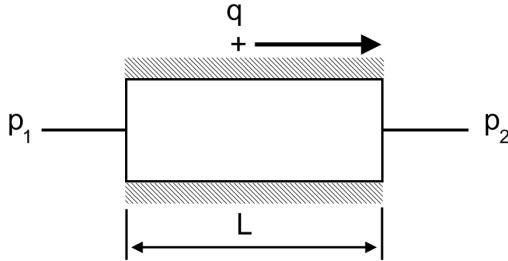


Figura 4.8: Elemento tipo segmento.

Aplicando-se o princípio de conservação de momento neste volume de controle, chega-se à equação 4.5, que leva em conta as forças devido à pressão, gravidade, atrito do fluido com as paredes da tubulação, bem como momento de convecção, respectivamente nesta ordem no lado direito da equação:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{A}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - gA \sin(\theta) - v \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{f_f q^2 \sin(\theta)}{2DA}, \quad \text{Eq. 4.5}$$

onde  $\frac{\partial q}{\partial t}$  é a taxa de variação da vazão com o tempo,  $A$  é a área da seção transversal,  $\rho$  a massa específica do fluido,  $\frac{\partial p}{\partial x}$  é a taxa de variação da pressão no eixo  $x$  na tubulação,  $g$  é a aceleração da gravidade ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ),  $\theta$  representa a inclinação da tubulação na direção da gravidade,  $v$  é a velocidade média do escoamento,  $\frac{\partial q}{\partial x}$  é a taxa de variação da vazão na direção longitudinal  $x$  do tubo,  $f_f$  é o fator de fricção das paredes da tubulação e  $D$  é o diâmetro interno. Portanto, a equação 4.5 é capaz de calcular o diferencial da vazão no tempo levando em conta a inércia do fluido/tubo, atrito devido ao escoamento tanto laminar quanto turbulento através de dados empíricos, número de Reynolds e rugosidade relativa do tubo (LMS, 2008c).

Como a aplicação da equação se dá para análises de acústica, pode-se anular a parcela referente à aceleração da gravidade da equação 4.5 apenas configurando  $\theta = 0^\circ$  no programa. Além disso, através de

mais algumas simplificações a equação 4.5 pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{A_1 p_1 - A_2 p_2}{\rho L} - \frac{v_1 q_1 - v_2 q_2}{L} - \frac{f_{f1} q_1^2 \sin(\alpha_1)}{2 D_1 A_1} - \frac{f_{f2} q_2^2 \sin(\alpha_2)}{2 D_2 A_2}, \text{ Eq. 4.6}$$

sendo que os índices 1 e 2 indicam o lado ao qual a variável pertence,  $L$  é o comprimento do elemento,  $p$  a pressão e  $q$  é a vazão a ser calculada. Conforme apresentado na Figura 4.8, os elementos adjacentes ao segmento  $L$  calculam apenas a pressão no tempo (elementos tipo câmara), fornecendo os valores para  $p_1$  e  $p_2$ . Desta forma, os parâmetros restantes da equação 4.6 ( $v_1, q_1, A_1$  e  $D_1$ ) são obtidos diretamente dos elementos tipo segmento adjacentes, conforme é apresentado na Figura 4.9.

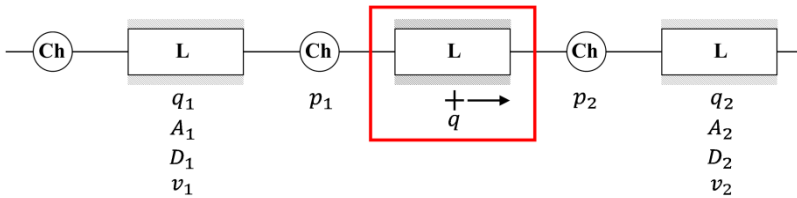


Figura 4.9: Elemento tipo segmento e suas variáveis de entrada.

#### 4.4 MODELO DA CÂMARA HIDRÁULICA

O componente mostrado na Figura 4.10 também é foco deste trabalho porque é utilizado na composição do atenuador do tipo ressonador de Helmholtz.



Figura 4.10: Componente do AMESim – câmara de óleo.

Fonte: LMS (2008c).

As equações que regem o comportamento de uma câmara hidráulica são similares às que regem o elemento tipo câmara apresentado na seção 4.3.1, porém apresentam algumas diferenças. Partindo da equação 4.3 e não considerando a expansão das paredes da câmara com a pressão, obtém-se:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{K}{V} \partial q , \quad \text{Eq. 4.7}$$

onde  $K$  é o módulo de compressibilidade do fluido sem correção (influência) das paredes da câmara. A equação ainda pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{K \Delta q(p)}{V(p)} , \quad \text{Eq. 4.8}$$

onde  $\Delta q = q_2(p) - q_1(p)$  e  $V(p)$  é o volume da câmara (LMS, 2008c).

## CAPÍTULO 5

### BANCADA EXPERIMENTAL

Para avaliar a perda de transmissão causada pelos atenuadores mencionados na seção 3.3, este trabalho faz comparações entre modelos numéricos (AMESim), resultados analíticos da literatura e resultados experimentais.

A bancada experimental encontra-se no Laboratório de Vibrações e Acústica da Universidade Federal de Santa Catarina. Foi construída durante um projeto com a empresa Embraer para estudo dos caminhos de propagação da energia vibroacústica, incluindo o estudo da interação entre *mounts* e a fuselagem (painel vibrante).

Resultados de pressão obtidos antes e depois dos atenuadores instalados na seção de testes da bancada experimental fornecem dados para o cálculo da perda de transmissão experimental através das equações 3.15 e 3.16.

Modelos numéricos criados no programa AMESim sofreram um tipo de “refino de malha” nas linhas hidráulicas, ou seja, as linhas hidráulicas foram segmentadas para que a discretização da pressão na tubulação conseguisse acomodar os menores comprimentos de onda avaliados.

Por fim, serão apresentadas comparações entre cada modelo com resultados da literatura para validar o uso do *software* AMESim para a simulação de campos acústicos em sistemas hidráulicos (1D).

#### 5.1 DESCRIÇÃO DA BANCADA SIMPLIFICADA

A bancada utilizada para as medições experimentais é basicamente um circuito hidráulico simplificado desenvolvido em um projeto de pesquisa patrocinado pela empresa EMBRAER, o qual visa reduzir o ruído de sistemas hidráulicos como um todo, avaliando desde as vibrações estruturais da bomba até a irradiação do ruído na fuselagem da aeronave.

Conforme já descrito na seção 2.1, este sistema foi projetado para operar na pressão de 20,7 MPa (3000 psi), com vazão de 5,68 l/min a 6,51 l/min, temperatura entre 25°C e 70° e frequência rotacional de até aproximadamente 8000 rpm, dependendo da corrente fornecida pelo conversor CA/CC e da pressão/vazão imposta pelo sistema hidráulico.



Vale destacar que o sistema não aciona nenhum componente como pistão ou atuador, permitindo somente a circulação de fluido.

## 5.2 COMPONENTES

O sistema hidráulico está apresentado na Figura 5.1, onde os componentes enumerados estão descritos na Tabela 5.1.

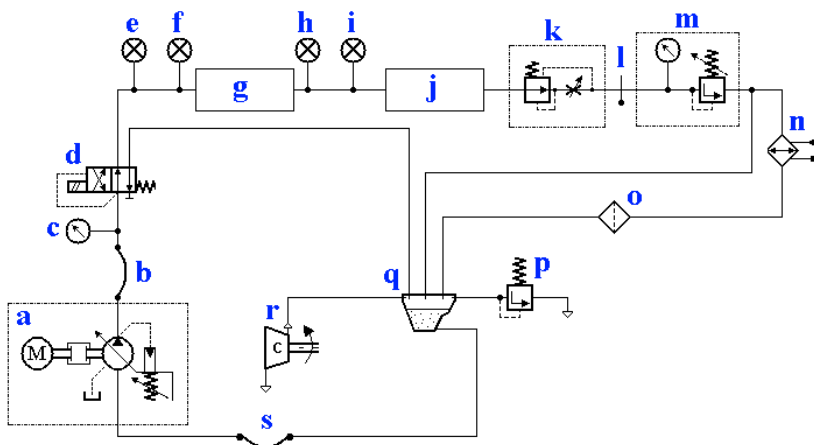


Figura 5.1: Esquema da bancada hidráulica.

Tabela 5.1: Componentes da bancada experimental.

Componentes		Detalhes
<b>a</b>	Bomba de deslocamento variável com motor acoplado	Bomba de pistões axiais, prato inclinado e tambor rotativo compensadora de pressão da marca <i>Eaton</i> que é está acoplada a um motor de indução elétrica com rotação variável alimentado por corrente contínua vinda de um conversor AC/DC.
<b>b</b>	Linha flexível	Objetiva reduzir a transmissão do SBN ( <i>Structure-Borne Noise</i> ) da bomba para o resto do sistema.
<b>c</b>	Manômetro	Medidor de pressão.

<b>d</b>	Válvula de alívio e <i>by-pass</i> acionado por solenóide	Válvula de alívio que deve entrar em ação se a pressão da linha passar de determinado valor. Também pode ser acionada para funcionar como <i>by-pass</i> através do solenóide.
<b>e</b>	Transdutor de pressão dinâmica	Transdutores de pressão piezoelétricos.
<b>f</b>		
<b>g</b>	Seção para teste de filtros acústicos	Trecho da bancada com comprimento de 0,8m onde foram testados os atenuadores.
<b>h</b>	Transdutor de pressão dinâmica	Transdutores de pressão piezoelétricos.
<b>i</b>		
<b>j</b>	Seção para outros testes	Trecho da bancada com aproximadamente 2m de comprimento onde são realizados outros tipos de testes, não abordados neste trabalho (e.g. painéis aeronáuticos e <i>mounts</i> ).
<b>k</b>	Válvula controladora de vazão	Válvula de controle de vazão com compensação de pressão controlada manualmente.
<b>l</b>	Sensor de temperatura	Sensor de temperatura do tipo resistivo.
<b>m</b>	Válvula limitadora de pressão	Válvula limitadora de pressão de simples estágio controlada manualmente com manômetro acoplado. Tem como objetivo controlar a pressão da linha.
<b>n</b>	Trocador de calor	Refrigera o fluido hidráulico através da convecção forçada de ar. Pode ser configurado para temperaturas entre 25 e 70 °C.
<b>o</b>	Filtro genérico	Filtra partículas sólidas do fluido hidráulico.
<b>p</b>	Válvula de alívio	Válvula de alívio ajustada manualmente para pressão de 1-4 bar (100-400 kPa).
<b>q</b>	Reservatório de fluido	Reservatório de fluido pressurizado.
<b>r</b>	Compressor de ar	Compressor de ar comercial para pressurização do reservatório de 1-4 bar (100-400 kPa).

s	Linha flexível	Objetiva reduzir a transmissão do SBN ( <i>Structure-Borne Noise</i> ) da bomba para o resto do sistema.
---	----------------	--

A bancada utiliza um conjunto motor-bomba da aeronave EMB-120 (EMBRAER). A bomba utilizada, mencionada na seção 2.1, possui 9 pistões axiais, com prato inclinado, tambor rotativo, deslocamento variável e compensadora de pressão para 20,7 MPa (3000 psi). O motor elétrico opera em corrente contínua, o que implicou na aquisição e configuração de um conversor CA/CC (vide Figura 5.2).



Figura 5.2: Conversor de energia CA/CC.

O circuito hidráulico possui duas tubulações flexíveis na sucção e descarga da bomba. As outras linhas são todas tubulações rígidas de aço SAE 1020 com ½" (12,7 mm) de diâmetro externo e espessura de parede de 0,026" (0,6604 mm), o que confere um diâmetro interno de 11,4 mm (conforme já apresentado na Figura 2.4).

Conforme mostrado na Figura 5.1, o item “g” representa a seção de testes que possibilita a instalação de componentes para realização de medições. É nesta seção de testes que os atenuadores de ruído são instalados para as medições de pressão antes e depois, através dos transdutores de pressão piezoelétricos.

Os atenuadores utilizados na bancada experimental (vide Figura 5.3) foram o ressonador de Helmholtz, atenuador tipo tubo lateral, que

estão representados na Figura 5.4; e o atenuador tipo câmara de expansão, na Figura 5.5.



Figura 5.3: Fotos da bancada experimental.

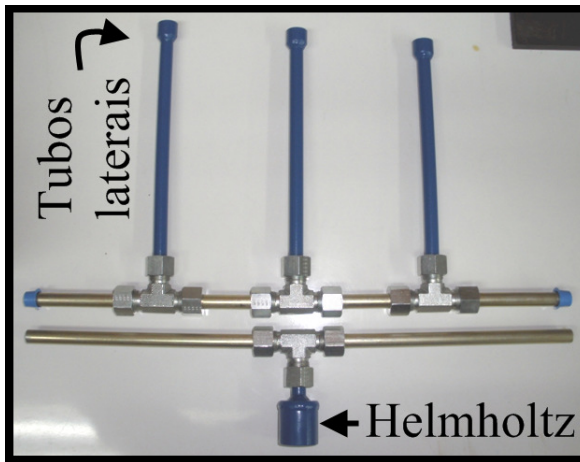


Figura 5.4: Atenuadores tipo tubo lateral e ressonador de Helmholtz.

O atenuador na parte inferior da Figura 5.4 é um ressonador de Helmholtz, cujas dimensões estão apresentadas na Figura 5.6. O componente na parte superior da Figura 5.4 é a junção de três atenuadores do tipo tubo lateral, os quais foram utilizados sempre juntos (em série) neste trabalho para todos os experimentos. As dimensões dos tubos laterais estão indicadas na Figura 5.7.

O atenuador mostrado na Figura 5.5 é do tipo câmara de expansão, também conhecido como *muffler*, e suas dimensões estão indicadas na Figura 5.8.



Figura 5.5: Atenuador tipo câmara de expansão.

Todos os atenuadores apresentados nesta seção foram projetados para atuar próximos da frequência de 1300 Hz, porque esta é a primeira frequência de passagem da bomba na sua operação normal. No caso do atenuador tipo tubo lateral, as frequências que devem ser atenuadas, calculadas através da equação 3.26 e da velocidade do som corrigida  $a_B$  da Tabela 3.1, serão: 1303,1 Hz; 1355,2 Hz e 1411,67 Hz.

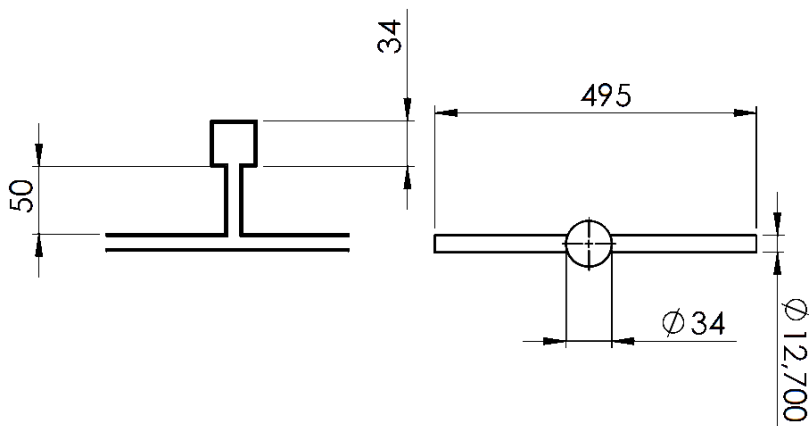


Figura 5.6: Geometria do ressonador de Helmholtz - unidade [mm].

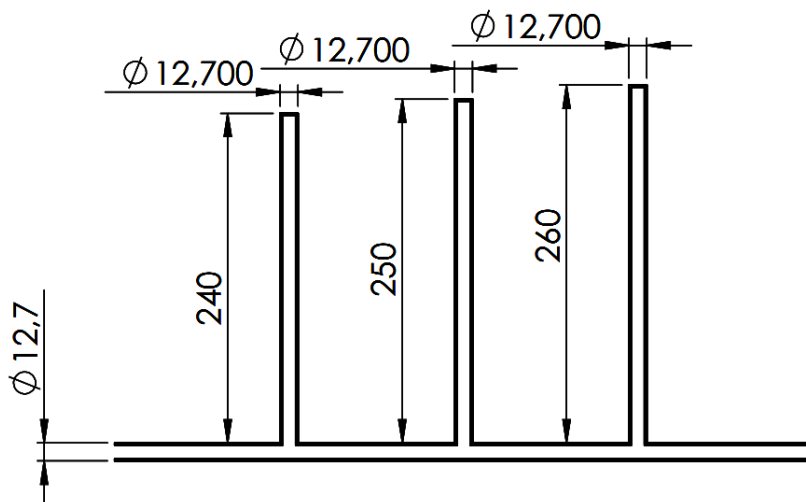


Figura 5.7: Geometria dos atenuadores tipo tubo lateral – unidade [mm].

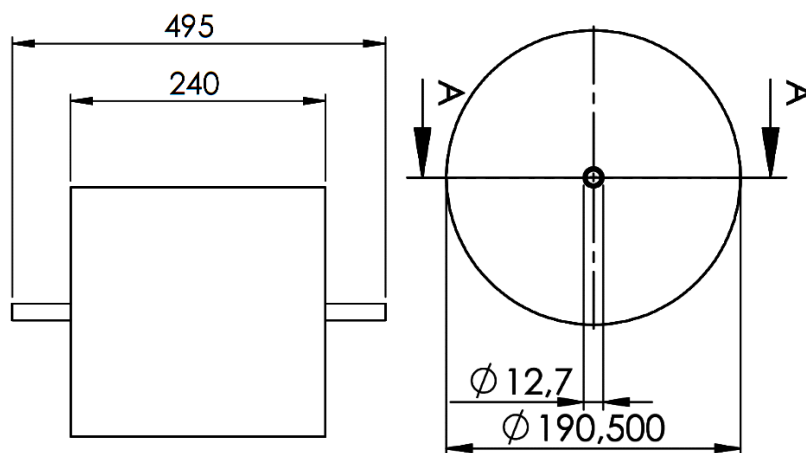


Figura 5.8: Geometria da câmara de expansão – unidade [mm].

## **CAPÍTULO 6**

### **MODELOS NUMÉRICOS E RESULTADOS**

Neste capítulo serão descritos em detalhe os modelos numéricos criados no AMESim e seus resultados. Na primeira parte deste capítulo, será feita a descrição do modelo da bomba, o qual contempla a dinâmica dos pistões, válvulas de sucção e descarga, angulação do prato inclinado, vazão no campo acústico, entre outros. Comparativos entre os resultados experimentais e numéricos serão feitos, objetivando validar o modelo numérico proposto.

Na segunda parte do capítulo serão apresentados os modelos numéricos dos atenuadores do tipo tubo lateral, ressonador de Helmholtz e câmara de expansão. Serão mostrados gráficos comparativos entre os resultados experimentais e numéricos. Em seguida, será feita uma análise de sensibilidade, onde são traçadas curvas de erro máximo e mínimo para os resultados numéricos que, por fim, são analisadas juntamente com as curvas experimentais.

#### **6.1 MODELO DA BOMBA**

Desenvolvido no *software* comercial AMESim, o modelo da bomba contempla as principais características geométricas descritas na seção 2.1.

Na Figura 6.1 está apresentada a bomba de pistões axiais, tambor rotativo, prato inclinado e deslocamento variável, modelada no programa. Conforme indicados, o eixo rotativo do motor fornece rotação para o tambor contendo os 9 pistões (representados por P #1, P #2, ..., P #9), a angulação do prato inclinado é fornecida também por um componente do tipo “fonte de sinal” e a descarga dos pistões passa por uma válvula de alívio antes de atingir o reservatório.

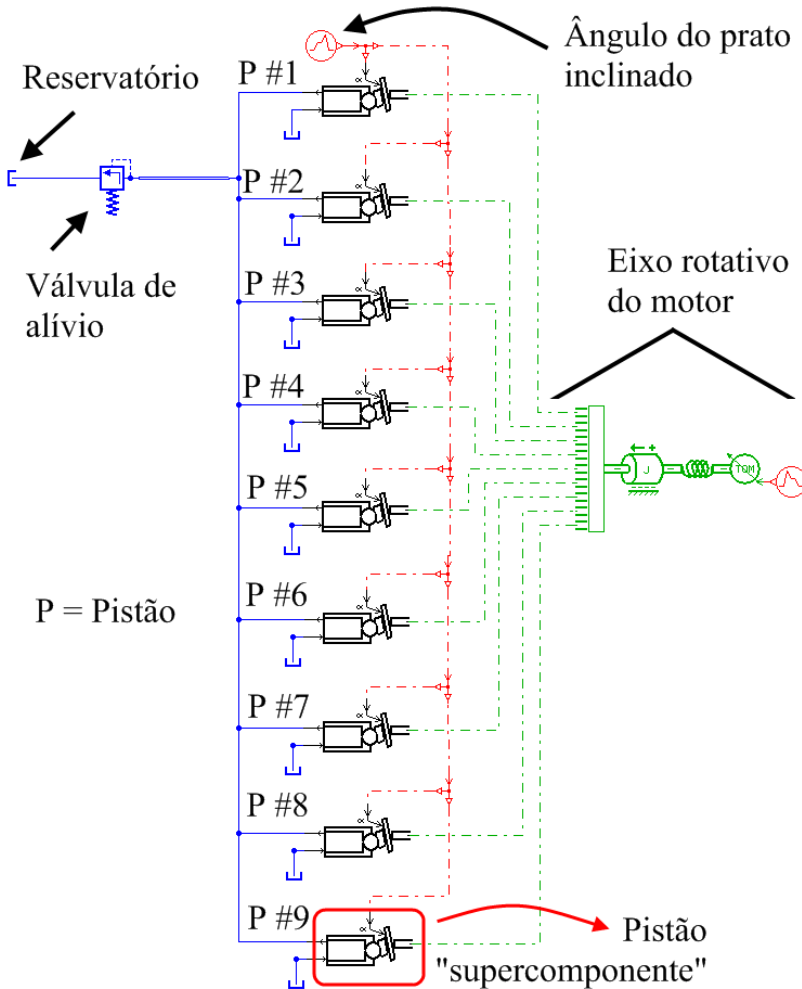


Figura 6.1: Bomba de 9 pistões axiais modelada no AMESim.

A pressão de abertura da válvula de alívio utilizada foi de 180 bar (18 MPa), que é a pressão de trabalho atingida durante os ensaios, a pressão do reservatório na sucção dos pistões foi de 1 bar (0,1 MPa) e a pressão do reservatório na saída (após a válvula de alívio de pressão) foi de 0 bar. Como a pressão nominal da bomba da bancada experimental era de 3000 psi (20,68 MPa) e a pressão máxima alcançada nos ensaios era de 180 bar (18 MPa), levando em conta ainda que a válvula



reguladora de vazão estava sempre totalmente aberta, considerou-se que o ângulo do prato inclinado era de 11° para todas as simulações. O valor de 11° representa a máxima inclinação que o prato da bomba apresenta durante operação.

Cada pistão foi modelado separadamente como um “supercomponente”, ou seja, no *desktop* do programa o supercomponente é apenas um símbolo, porém representa um novo sistema de componentes funcionando como uma sub-rotina do programa.

Este “supercomponente” está mostrado em detalhe na Figura 6.2, onde estão indicadas a sucção e a descarga, a entrada do ângulo  $\alpha$  do prato inclinado e do ângulo  $\theta$  do eixo rotativo do motor (posição angular do eixo). A descrição dos principais componentes indicados na Figura 6.2 pode ser encontrada na Tabela 6.1.

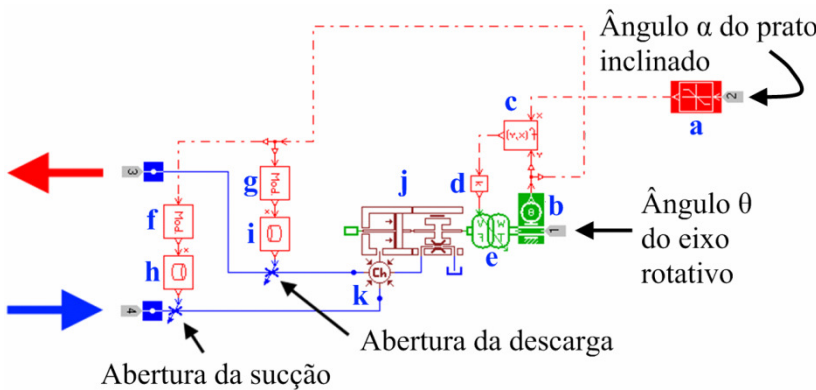


Figura 6.2: Detalhe do “supercomponente” que modela cada pistão da bomba.

Tabela 6.1: Descrição dos componentes de um pistão.

Item	Descrição
<b>a</b>	Entrada do ângulo $\alpha$ de inclinação do prato da bomba, tendo este que suprir a inequação: $0 < \alpha < 45^\circ.$
<b>b</b>	Entrada do ângulo $\theta$ de rotação do eixo do motor.
<b>c</b>	Aplicação da equação:

	$output_c = sen(\alpha)sen(\theta) \, ,$ <p>onde <math>output_c</math> é a saída do sinal do componente “c”, sendo que a variável <math>output_c</math> segue para o componente “d”.</p>																				
d	<p>Multiplica o sinal de entrada por <math>r_p</math> conforme a equação:</p> $output_d = output_c \cdot (-r_p) \, ,$ <p>onde <math>r_p</math> é a distância entre o centro do pistão e o centro do tambor que contém os pistões, que vale 10,6 mm.</p>																				
e	<p>Representa a dinâmica envolvendo o prato inclinado e o tambor rotativo, transformando a rotação e o torque provenientes do eixo do motor em força linear e velocidade, conforme as equações:</p> $v = output_d \cdot \omega \, ,$ $t_q = output_d \cdot F \, ,$ <p>onde <math>\omega</math> é a velocidade angular do eixo do motor, <math>v</math> é a velocidade linear do pistão, <math>t_q</math> é o torque do eixo do motor e <math>F</math> é a força linear do pistão. Para calcular o deslocamento linear do pistão, faz-se ainda a integração da seguinte equação:</p> $\frac{dx}{dt} = v \, ,$ <p>onde <math>x</math> é o deslocamento linear do pistão e <math>t</math> é o tempo.</p>																				
f	<p>Fornece um <i>offset</i> no ângulo <math>\theta</math> para cada pistão, ocasionando o atraso temporal (defasagem) na abertura e fechamento da válvula de sucção. A equação utilizada é:</p> $output_f = \theta + offset_1 \, ,$ <p>onde <math>offset_1</math> apresenta diferentes valores para cada pistão conforme segue.</p> <table><tr><th># pistão</th><th><math>offset_1</math> (°)</th><th># pistão</th><th><math>offset_1</math> (°)</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>6</td><td>200</td></tr><tr><td>2</td><td>40</td><td>7</td><td>240</td></tr><tr><td>3</td><td>80</td><td>8</td><td>280</td></tr><tr><td>4</td><td>120</td><td>9</td><td>320</td></tr></table>	# pistão	$offset_1$ (°)	# pistão	$offset_1$ (°)	1	0	6	200	2	40	7	240	3	80	8	280	4	120	9	320
# pistão	$offset_1$ (°)	# pistão	$offset_1$ (°)																		
1	0	6	200																		
2	40	7	240																		
3	80	8	280																		
4	120	9	320																		

	<table> <tr> <td>5</td> <td>160</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table>	5	160	-	-																				
5	160	-	-																						
g	<p>Opera da mesma forma que o componente “f”, porém sua atuação ocasiona a abertura e fechamento da válvula de descarga para cada pistão. A equação utilizada é:</p> $output_g = \theta + offset_2 ,$ <p>onde <math>offset_2</math> apresenta diferentes valores para cada pistão conforme segue.</p> <table> <tr> <th># pistão</th> <th><math>offset_2</math> (°)</th> <th># pistão</th> <th><math>offset_2</math> (°)</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>180</td> <td>6</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>220</td> <td>7</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>260</td> <td>8</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>300</td> <td>9</td> <td>140</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>340</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> </table>	# pistão	$offset_2$ (°)	# pistão	$offset_2$ (°)	1	180	6	20	2	220	7	60	3	260	8	100	4	300	9	140	5	340	-	-
# pistão	$offset_2$ (°)	# pistão	$offset_2$ (°)																						
1	180	6	20																						
2	220	7	60																						
3	260	8	100																						
4	300	9	140																						
5	340	-	-																						
h – i	<p>Realizam efetivamente a abertura e fechamento das válvulas de sucção e descarga, respectivamente, por meio da seguinte conversão</p> <table> <tr> <th>ângulo de entrada (°)</th> <th>valor de saída</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>175</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>180</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>360</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>O ângulo de entrada é o valor das variáveis <math>output_f</math> e <math>output_g</math> para os componentes “h” e “i”, respectivamente. O valor de saída é a interpolação linear do ângulo, resultando em um número entre 0 e 1, onde 0 (zero) significa que a restrição será totalmente fechada e 1 que será totalmente aberta. A área da restrição é regida pela seguinte equação:</p> $A_r = A_{m\acute{a}x} \cdot c_a ,$ <p>onde <math>A_r</math> é a área da restrição, <math>A_{m\acute{a}x}</math> a área máxima de abertura</p>	ângulo de entrada (°)	valor de saída	0	0	10	0	15	1	175	1	180	0	360	0										
ângulo de entrada (°)	valor de saída																								
0	0																								
10	0																								
15	1																								
175	1																								
180	0																								
360	0																								

	e $c_a$ é o fator de abertura, ou seja, o valor de saída dos componentes “h” e “i”.
j	Realiza a conversão do deslocamento e força provenientes do componente “e” em vazão, com base no diâmetro do pistão (5,17 mm) e considera ainda o atrito viscoso existente entre o pistão e a camisa do pistão (testes realizados variando a folga do pistão mostraram ter pouca influência no espectro final do <i>ripple</i> ).
k	Representa o volume morto do pistão, estimado em 1 cm <sup>3</sup> nas simulações.

Vale ressaltar que, conforme apresentado na equação 4.5, a dissipação é levada em conta nos modelos numéricos através da fricção do fluido com as paredes da tubulação. Portanto, para as simulações numéricas apresentadas nesta seção, utilizou-se como base a viscosidade absoluta do fluido de 13,648 [cP] (SAE-AIR 1362, 2000). Adicionalmente, utilizou-se também como valor de referência para a rugosidade relativa das paredes da tubulação o valor de 1,3e-04 (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006).

### 6.1.1 Resultados

O modelo da bomba foi simulado para um período de tempo de 1,6 segundo e com intervalo de tempo  $\Delta t$  de 0,0001 segundo. Conforme mostra a Figura 6.3, existe um período inicial transiente até que o *ripple* de pressão entre em regime permanente. Essa parcela transiente é desconsiderada para a aplicação da transformada rápida de Fourier (*FFT* – *Fast Fourier Transform*) para obtenção do sinal na frequência.

Aplicando-se a *FFT* sobre o sinal de pressão no tempo e utilizando janelamento retangular no intervalo de tempo de  $0,6 \leq t \leq 1,6$  s, obtém-se o espectro de pressão na frequência conforme mostra a Figura 6.4, onde o período de amostragem utilizado foi de 1 s, frequência de amostragem de 10 kHz e  $\Delta f$  de 1 Hz (resolução na frequência).

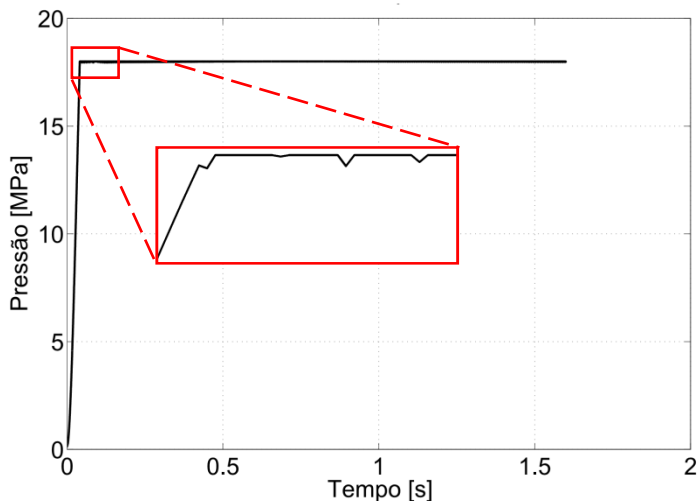


Figura 6.3: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 rpm simulada no AMESim (zoom em detalhe).

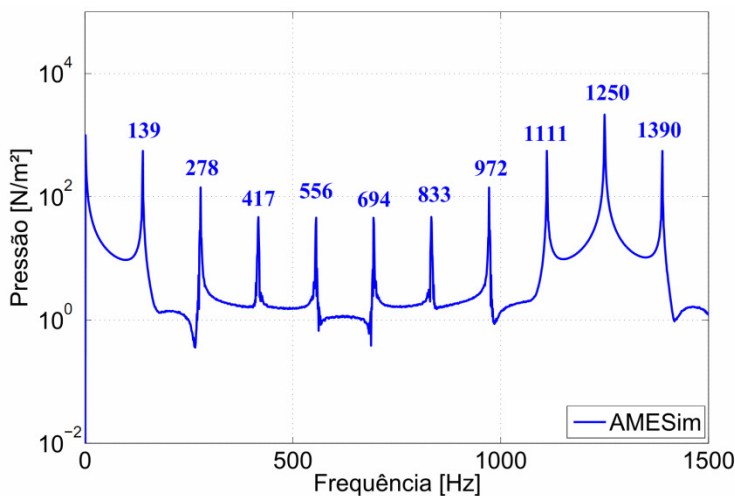


Figura 6.4: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 rpm simulada no AMESim (indicação dos picos em Hz).

O primeiro pico da esquerda para direita na Figura 6.4 corresponde à frequência de rotação do motor, que foi de 8333 rpm (aprox. 139 Hz). Todos os outros picos indicados na Figura representam

as harmônicas da frequência de rotação do eixo do motor, sendo que a frequência de 1250 Hz também corresponde à frequência de passagem dos pistões, que pode ser encontrada multiplicando-se a frequência de rotação do motor pelo número de pistões (9 pistões). A frequência de passagem apresenta normalmente as maiores amplitudes em sistemas hidráulicos, sendo considerada, portanto, o foco deste trabalho.

Foram realizadas medições de pressão na bancada por meio de um transdutor de pressão dinâmica instalado antes da seção de testes (transdutor “e” – Figura 5.1). O sistema de aquisição de sinais utilizado foi LMS SCADAS III, cujos parâmetros experimentais adotados foram:

<b>Faixa de frequência</b>	0 - 8192 Hz
<b><math>\Delta f</math></b>	1 Hz
<b>Frequência de amostragem</b>	16384 Hz
<b>Janela</b>	Hanning
<b>nº de médias</b>	100

Através da Figura 6.5 é possível comparar o resultado simulado com dados experimentais.

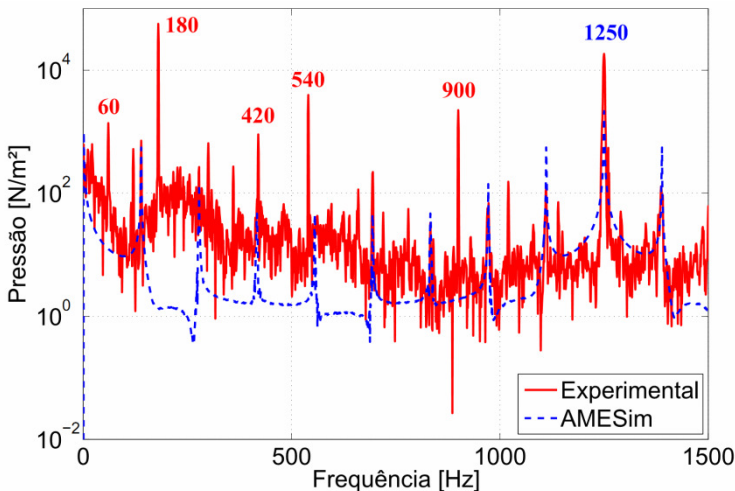


Figura 6.5: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 Hz.

As frequências indicadas em vermelho (60, 180, 420, 540 e 900 Hz) representam a frequência da rede elétrica e suas harmônicas,

respectivamente, e aparecem inevitavelmente em praticamente todos os resultados experimentais deste trabalho. A causa deste ruído está na sensibilidade dos transdutores de pressão dinâmica, que é muito alta ( $\pm 0,145$  mV/MPa), fazendo com que pequenas fugas de corrente sejam suficientes para gerar ruídos da mesma ordem de grandeza das medições do *ripple* de pressão. Vale destacar que a bancada foi devidamente aterrada, incluindo todos os equipamentos de medição, analisadores e computadores.

A Figura 6.6 mostra o espectro completo (de 0 a 5000 Hz) comparando os resultados experimentais e numéricos ainda para rotação de 8333 Hz. Nota-se que a frequência de passagem dos pistões de 1250 Hz possui harmônicas de 2500 Hz e 3750 Hz e que a curva simulada ficou próxima da curva experimental, desconsiderando o ruído gerado pela rede elétrica.

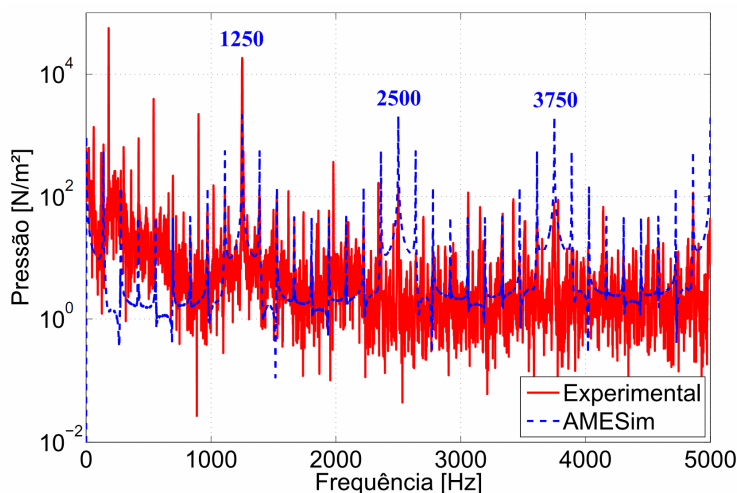


Figura 6.6: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8333 Hz.

Foi feita uma simulação com rotação de 8000 rpm para o mesmo sistema. Conforme apresentado na Figura 6.7, as mesmas frequências da rede elétrica e harmônicas (60, 180, 300, 420, 540, 900 Hz) estão presentes no espectro dificultando a comparação entre os resultados experimentais e numéricos. Ainda na Figura 6.7 pode-se notar a presença da frequência de rotação do motor (primeiro pico da esquerda para direita) de 133 Hz e suas harmônicas.

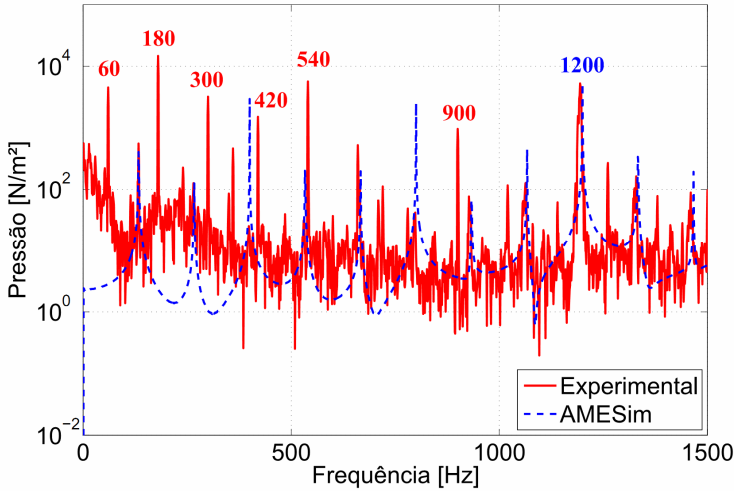


Figura 6.7: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8000 rpm.

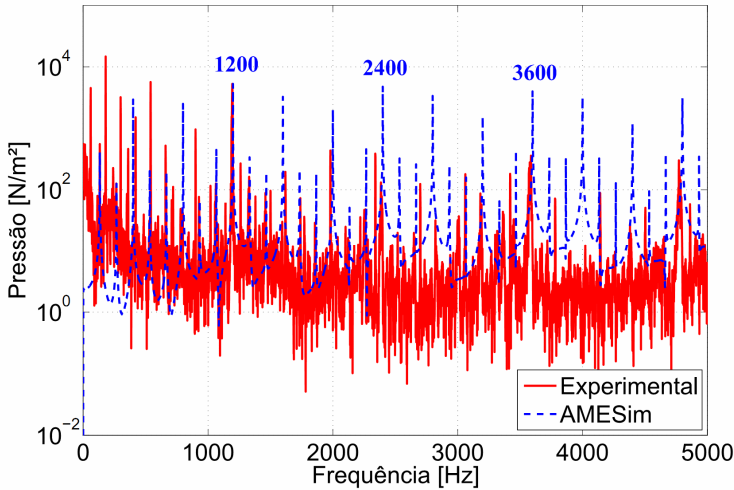


Figura 6.8: Pressão na descarga da bomba para rotação de 8000 rpm.

Nota-se na Figura 6.8, a qual traz o espectro completo de 0 a 5000 Hz, que houve certa concordância entre os resultados experimentais e numéricos, onde a frequência de passagem dos pistões (1200 Hz) está presente nas duas curvas.



### 6.1.2 Conclusão

Os resultados apresentados para o modelo da bomba foram satisfatórios, apesar do expressivo ruído da rede elétrica. Conforme já era esperado, a frequência de passagem dos pistões ficou bastante evidente tanto nos resultados experimentais quanto nos numéricos.

No modelo numérico a válvula de alívio, que está posicionada logo na descarga da bomba e antes do reservatório, representa uma terminação fechada em termos de campo acústico, cuja impedância é infinita para todo o espectro de frequência. Como o *software* não disponibiliza componentes cuja impedância possa ser configurada, a utilização de uma válvula de alívio no modelo numérico não conseguiu representar devidamente o sistema à jusante do ponto de medição da bancada.

Para alcançar melhores resultados, uma opção seria a inserção no modelo numérico de um componente que representasse a impedância do sistema à jusante do ponto de medição na bancada (ver Figura 5.1). Conforme será apresentado nas próximas seções, foi desenvolvida uma alternativa que modela numericamente de forma aproximada a impedância do sistema obtida experimentalmente. Entretanto, não foi possível simular o modelo da bomba com esta alternativa de impedância visto que o custo computacional era bastante alto, impossibilitando a convergência da simulação numérica. Simulações cujo tempo de processamento em um computador com processador Intel Core2 1,86 GHz com 2 GB de RAM era de 15 minutos, passou a levar mais de uma hora para que 1% dos cálculos fosse completado, ou seja, uma simulação totalmente inviável, já que inúmeros testes deveriam ser feitos com todo esse tempo de processamento.

## 6.2 MODELOS DOS ATENUADORES

Os modelos numéricos dos atenuadores se baseiam basicamente nos componentes descritos nas seções 4.3 e 4.4 (linha hidráulica e câmara hidráulica), sendo que as tubulações são modeladas de maneira que existam pelo menos 9 elementos por comprimento de onda. Ou seja, conforme descrito na seção 4.3, um componente tipo “linha hidráulica” no AMESim apresenta 6 elementos (1 elemento = câmara + segmento) e, para que seja respeitado o critério de 9 elementos por comprimento de onda, uma linha de comprimento  $L$  deve ser modelada com pelo menos

$n = 3c/2f_{m\acute{a}x}$  elementos, sendo  $c$  a velocidade do som e  $f_{m\acute{a}x}$  a frequência máxima da simulação, que foi de 5000 Hz neste trabalho.

A seguir serão apresentadas as considerações de escoamento, impedância nos modelos numéricos, impedância experimental, para, então, serem apresentados os modelos dos atenuadores em si com seus respectivos resultados.

### 6.2.1 Influência do escoamento no campo acústico

Conforme já definido anteriormente, os três tipos de atenuadores avaliados numericamente e experimentalmente foram: câmara de expansão, ressonador de Helmholtz e tubo lateral. Diferentemente do modelo da bomba (seção 6.1), o qual considerava a vazão do fluido nos cálculos de pressão (por isso o elevado custo computacional), os modelos dos atenuadores não levam em conta a vazão. Esta simplificação foi feita baseada no número de Mach  $M$ , calculado segundo a equação:

$$M = \frac{v}{c_0}, \quad \text{Eq. 6.1}$$

onde  $v$  é a velocidade média do escoamento e  $c_0$  é a velocidade do som no fluido.

Quanto menor a razão entre a velocidade média do escoamento e a velocidade de propagação do som no fluido, menor será a influência do escoamento no campo acústico. Para entender melhor essa relação, será feita uma breve análise do campo acústico dentro de um tubo com uma impedância  $Z_n(f)$  na extremidade e excitado por um pistão vibrante, conforme apresentado na Figura 6.9.

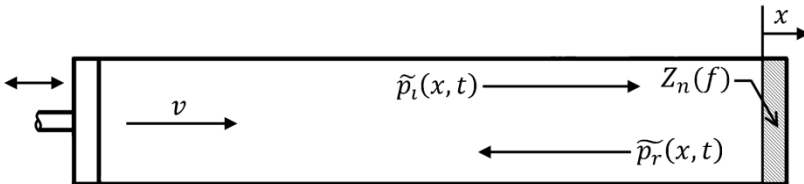


Figura 6.9: Tubo rígido excitado por pistão vibrante.

Fonte: Seybert e Ross (1977).

As equações que regem o campo acústico no tubo são:

$$k_i = \frac{\omega}{c+v} = \frac{k}{1+M}, \quad \text{Eq. 6.2}$$

$$k_r = \frac{\omega}{c-v} = \frac{k}{1-M}, \quad \text{Eq. 6.3}$$

$$\tilde{p}_i(x, t) = \tilde{a}(t)e^{i(\omega t - k_i x)}, \quad \text{Eq. 6.4}$$

$$\tilde{p}_r(x, t) = \tilde{b}(t)e^{i(\omega t + k_r x)}, \quad \text{Eq. 6.5}$$

onde  $\omega$  é a frequência,  $c$  é a velocidade do som no fluido,  $v$  é a velocidade média do escoamento,  $k$  é o número de onda,  $\tilde{p}_i$  e  $\tilde{p}_r$  são as pressões complexas das ondas incidente e refletida,  $\tilde{a}$  e  $\tilde{b}$  as amplitudes das ondas incidente e refletida, e  $M$  representa o número de Mach.

Tomando-se como referência a vazão máxima de projeto da bomba utilizada na bancada experimental, ou seja, supondo rotação do motor da bomba de 10.000 rpm e ângulo do prato inclinado de  $\alpha = 17,5^\circ$ , obtém-se a vazão de 0,215 L/s. Como a tubulação hidráulica possui 11,4 mm de diâmetro interno, a velocidade média do escoamento  $v$  obtida é de 2,11 m/s. Aplicando-se a equação 6.1 e fazendo uso da velocidade do som corrigida para líquidos  $a_{\text{corrigido}} = 1262,9 \text{ [m/s]}$  (vide seção 3.2.5), obtém-se  $M = 0,00167$ . Nota-se que a aplicação deste número de Mach às equações 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5 não terá representatividade, podendo ser desconsiderado nos cálculos.

Portanto, pode-se concluir que o escoamento dentro do circuito hidráulico analisado neste trabalho pode ser desconsiderada nas análises do campo acústico no interior da tubulação.

## 6.2.2 Modelagem da impedância

Definido que as simulações seriam todas feitas desconsiderando a vazão do fluido, optou-se pela utilização de uma fonte de pressão como excitação dos modelos hidráulicos no AMESim (ver Figura 6.10), onde somente a flutuação de pressão imposta pela fonte seria capaz de gerar flutuações de vazão, não havendo portanto um escoamento propriamente dito.

Com relação à entrada da seção de testes, a fonte de pressão foi escolhida para desempenhar o papel da bomba. Entretanto, a saída da seção de testes ainda necessita ser modelada. Após a realização de

alguns testes preliminares, foram encontradas duas possíveis opções: terminação fechada e terminação aberta (Figura 6.10).

Como o *software* não possui disponível um componente cuja impedância possa ser configurada pelo usuário como função da frequência, optou-se, então, pelo desenvolvimento de uma solução alternativa que inserisse no modelo a impedância experimental da saída da seção de testes. Desta forma, esta impedância representaria o restante do sistema à jusante da seção de testes.

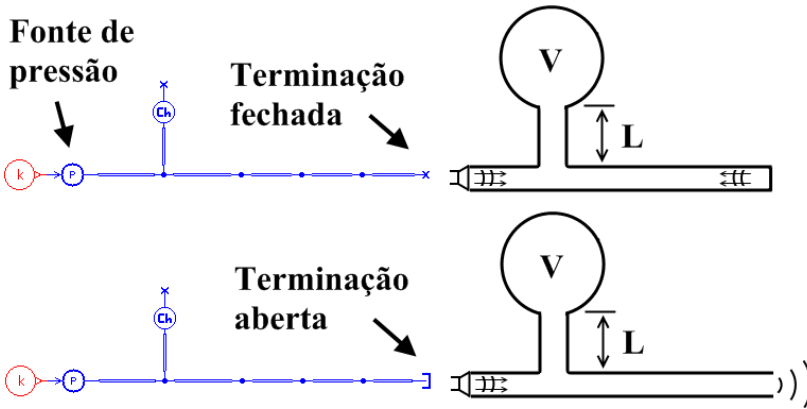


Figura 6.10: Tipos de terminações modeladas no AMESim.

A solução alternativa encontrada foi a representação da impedância através de um pistão conectado a um sistema massa-mola-amortecedor. Inicialmente, optou-se pela utilização de um sistema massa-mola-amortecedor com massas em paralelo, visando facilitar a busca pelos valores de  $m_i$ ,  $k_i$  e  $c_i$  que apresentassem impedância semelhante à experimental, tendo em vista que o equacionamento é relativamente simples. Entretanto, testes mostraram que, nos modelos e condições propostos por este trabalho, não era possível realizar tal simulação através do *software* AMESim por que este não era capaz equacionar o modelo proposto.

Desta forma, optou-se pela utilização de um sistema massa-mola-amortecedor em série. Como pode ser visto na Figura 6.11, a curva de impedância experimental apresenta vários picos, o que implicaria na utilização de um sistema com inúmeros graus de liberdade (GL). Porém, devido ao elevado custo computacional para o *software* AMESim,

optou-se pela utilização de um sistema com apenas 5 GL, conforme mostra a Figura 6.12.

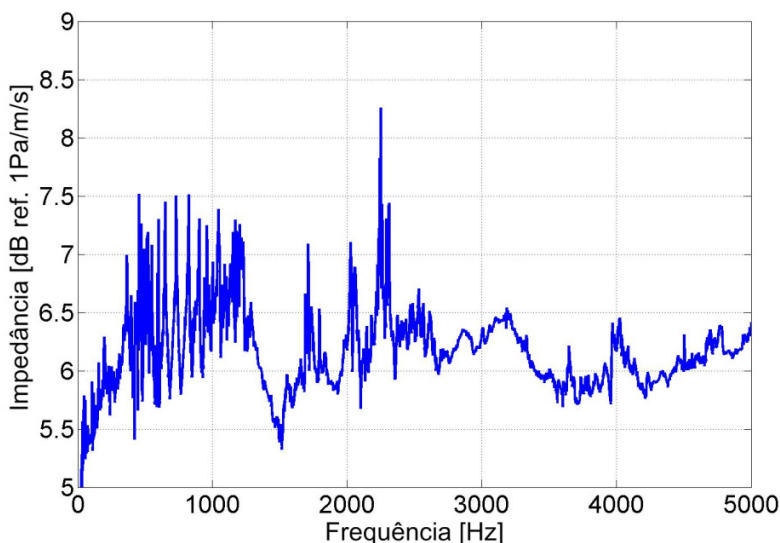


Figura 6.11: Impedância experimental.

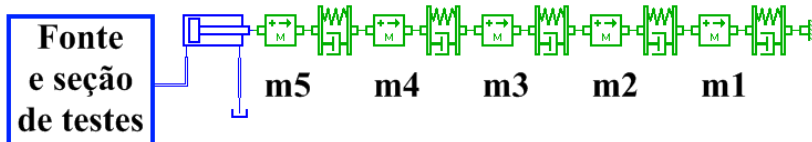


Figura 6.12: Sistema com 5 graus de liberdade.

Para que o sistema mostrado na Figura 6.12 represente devidamente a bancada hidráulica experimental, é necessário que os valores de massa, rigidez e amortecimento (vide Figura 6.13) sejam tais que a curva de impedância no domínio da frequência da massa “m5” seja próxima à curva de impedância obtida experimentalmente (Figura 6.11). Por esse motivo, na próxima seção serão mostradas as equações que definem um sistema massa-mola-amortecedor em série com amortecimento proporcional à rigidez.

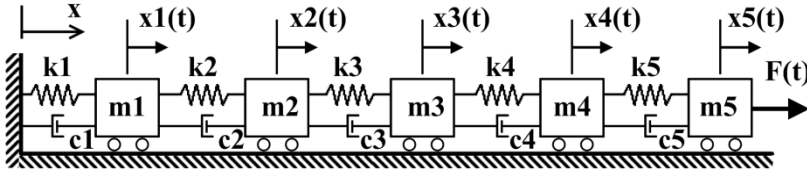


Figura 6.13: Sistema com 5 graus de liberdade.

### 6.2.2.1 Equacionamento

Segundo Inman (2007), a impedância mecânica é dada por:

$$Z_{mec}(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\dot{X}(j\omega)}, \quad \text{Eq. 6.6}$$

onde  $Z_{mec}$  é a impedância mecânica,  $\dot{X}$  é a velocidade e  $F$  a força.

Segundo Jordan (2011), o cálculo da impedância do sistema com 5 GL mostrado na Figura 6.13 é feito através da segunda lei de Newton:

$$\sum F = m\ddot{x}, \quad \text{Eq. 6.7}$$

onde  $F$  é a força na direção  $x$ ,  $m$  é a massa e  $\ddot{x}$  é a derivada segunda do deslocamento  $x$  com relação ao tempo (aceleração).

Aplicando-se a equação 6.7 para cada massa do sistema e considerando o sistema com amortecimento proporcional à matriz de rigidez (ver equação 6.9), obtém-se um sistema de equações que pode ser escrito na forma matricial:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\}, \quad \text{Eq. 6.8}$$

$$[C] = \beta[K], \quad \text{Eq. 6.9}$$

onde  $[M]$  é a matriz de massa,  $[C]$  é a matriz de amortecimento,  $[K]$  é a matriz de rigidez,  $\{\dot{x}\}$  é o vetor de velocidades,  $\beta$  é a constante de proporcionalidade,  $\{f\}$  é o vetor de forças externas  $\{f\} = \{F\}e^{i\omega t}$  e  $\{x\}$  é o vetor de deslocamentos  $\{x\} = \{X\}e^{i\omega t}$  (JORDAN, 2011).

Calcula-se, então, a matriz de autovetores reais  $[\Psi]$  os quais são obtidos a partir da análise do sistema inicial, porém sem forças externas e não amortecido, ou seja, calculam-se os autovetores da equação abaixo:

$$[M]^{-1}[K]\{X\} = \omega^2\{X\} . \quad \text{Eq. 6.10}$$

A equação 6.10 pode ser reescrita para um problema clássico de autovalores/autovetores envolvendo uma matriz, conforme segue:

$$[A] = [M]^{-1}[K] , \quad \text{Eq. 6.11}$$

substituindo na equação 6.10, tem-se:

$$[A]\{X\} = \lambda\{X\} . \quad \text{Eq. 6.12}$$

De posse da matriz de autovetores reais  $[\Psi]$ , é realizada a diagonalização do sistema:

$$[\Psi]^T[M][\Psi] = [\text{diag}\{m_{gi}\}] , \quad \text{Eq. 6.13}$$

$$[\Psi]^T[K][\Psi] = [\text{diag}\{k_{gi}\}] , \quad \text{Eq. 6.14}$$

$$[\Psi]^T[C][\Psi] = [\text{diag}\{c_{gi}\}] , \quad \text{Eq. 6.15}$$

onde  $m_{gi}$ ,  $k_{gi}$  e  $c_{gi}$  são as novas constantes de massa, rigidez e amortecimento do sistema generalizado (JORDAN, 2011).

Voltando à equação 6.8, é feita a substituição dos vetores de força e de deslocamento por  $\{f\} = \{F\}e^{i\omega t}$  e  $\{x\} = \{X\}e^{i\omega t}$ , respectivamente, bem como a eliminação do termo  $e^{i\omega t}$ , resultando em:

$$-\omega^2[M]\{X\} + i\omega[C]\{X\} + [K]\{X\} = \{F\} . \quad \text{Eq. 6.16}$$

Adota-se, então, a seguinte mudança de variáveis:

$$\{X\} = [\Psi]\{Q\} , \quad \text{Eq. 6.17}$$

onde  $\{Q\}$  é o vetor de amplitudes de coordenadas generalizadas.

Substituindo a equação 6.17 na equação 6.16, obtém-se:

$$-\omega^2[M][\Psi]\{Q\} + j\omega[C][\Psi]\{Q\} + [K][\Psi]\{Q\} = \{F\} , \quad \text{Eq. 6.18}$$

a qual é pré-multiplicada por  $[\Psi]^T$ , resultando na equação:

$$-\omega^2[\Psi][M][\Psi]\{Q\} + j\omega[\Psi]^T[C][\Psi]\{Q\} + [\Psi]^T[K][\Psi]\{Q\} = [\Psi]^T\{F\}, \quad \text{Eq. 6.19}$$

onde  $[\Psi]^T\{F\} = \{F_q\}$ , e  $\{F_q\}$  é o vetor de forças generalizadas (JORDAN, 2011).

Nota-se que alguns termos da equação 6.19 podem ser substituídos pelas equações 6.13, 6.14 e 6.15, permitindo que a equação 6.19 seja reescrita para coordenadas generalizadas, desacoplando o sistema. Desta forma, cada linha da nova equação em coordenadas generalizadas é dada por:

$$Q_i = \frac{1}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} F_{qi}, \quad \text{Eq. 6.20}$$

onde  $Q_i$  e  $F_{qi}$  representam os vetores de amplitudes de deslocamento e força generalizados para cada massa do sistema (JORDAN, 2011).

Reescrevendo a equação 6.20 na forma matricial, tem-se:

$$\{Q\} = \left[ \text{diag} \left\{ \frac{1}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} \right\} \right] \{F_q\}. \quad \text{Eq. 6.21}$$

Lembrando que  $\{X\} = [\Psi]\{Q\}$  e que  $\{F_q\} = [\Psi]^T\{F\}$ , a equação 6.21 resulta em:

$$\{X\} = [\Psi] \left[ \text{diag} \left\{ \frac{1}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} \right\} \right] [\Psi]^T \{F\}. \quad \text{Eq. 6.22}$$

Reescrevendo a equação 6.22, tem-se:

$$\frac{\{X\}}{\{F\}} = [\Psi] \left[ \text{diag} \left\{ \frac{1}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} \right\} \right] [\Psi]^T, \quad \text{Eq. 6.23}$$

onde  $\frac{\{X\}}{\{F\}}$  representa a receptância (JORDAN, 2011).

Lembrando que a impedância é dada por  $Z_{mec}(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\dot{X}(j\omega)}$ , faz-se necessário diferenciar o vetor de deslocamentos  $\{X\}$  para se obter o vetor de velocidades  $\{\dot{X}\}$  (INMAN, 2007), conforme segue:

$$\{\dot{X}\} = j\omega\{X\}. \quad \text{Eq. 6.24}$$



Resultando em:

$$\frac{\{\dot{X}\}}{\{F\}} = [\Psi] \left[ \text{diag} \left\{ \frac{j\omega}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} \right\} \right] [\Psi]^T . \quad \text{Eq. 6.25}$$

A equação 6.25 calcula o inverso da impedância mecânica (mobilidade) para um sistema com “n” GL em série com amortecimento proporcional. Como o foco desta seção reside no último elemento do sistema (aquele conectado ao pistão hidráulico, vide Figura 6.12), a equação 6.25 é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\dot{X}_n}{F_n} = \sum_{i=1}^n \left[ \varphi_{n,i}^2 \cdot \left( \frac{j\omega}{-\omega^2 m_{gi} + j\omega c_{gi} + k_{gi}} \right) \right], \quad \text{Eq. 6.26}$$

onde o termo  $\varphi_{n,1}$  é obtido da matriz de autovetores reais  $[\Psi]$  conforme a equação:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \cdots & \varphi_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n,1} & & \varphi_{n,n} \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 6.27}$$

Definida a impedância mecânica, a qual é aplicada ao sistema de 5 graus de liberdade (GL), é necessário que a mesma seja convertida na impedância acústica específica do sistema hidráulico (ver Figura 6.14).

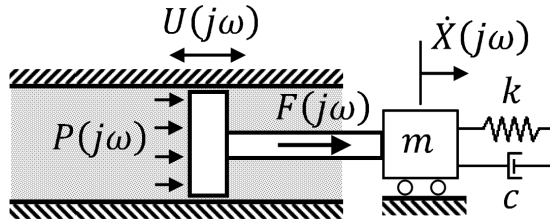


Figura 6.14: Pistão conectado ao sistema de 5 GL.

A impedância acústica específica é definida por:

$$Z_{ac}(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{U(j\omega)}, \quad \text{Eq. 6.28}$$

onde  $P$  é a amplitude de pressão no fluido e  $U$  é a amplitude da velocidade de partícula do fluido

Fazendo  $P = F/A$  e  $U = \dot{X}$  (velocidade de partícula nas proximidades do pistão é igual à velocidade do pistão), tem-se:

$$Z_{ac}(j\omega) = \frac{Z_{mec}(j\omega)}{A_p}, \quad \text{Eq. 6.29}$$

onde  $A_p$  é a área do pistão.

As equações 6.29 e 6.26 definem a impedância acústica específica obtida para o sistema apresentado na Figura 6.12, onde o número de massas em série  $n = 5$  para o caso em questão.

Para que o sistema com 5 GL represente devidamente o campo acústico da bancada experimental, é necessário que seja obtida a curva de impedância experimental. Além disso, é necessário fazer um ajuste para os valores de  $m_i$ ,  $k_i$ ,  $c_i$  e  $A_p$  para que a curva de impedância analítica seja equivalente à curva de impedância experimental.

### 6.2.3 Impedância experimental

Para o cálculo da impedância experimental, utilizou-se o método dos dois microfones descrito por Chung e Blaser (1980a e 1980b, apud KADAM, 2005), o qual possibilita a obtenção da velocidade de partícula em um duto através da medição da pressão em dois pontos (ver Figura 6.15).

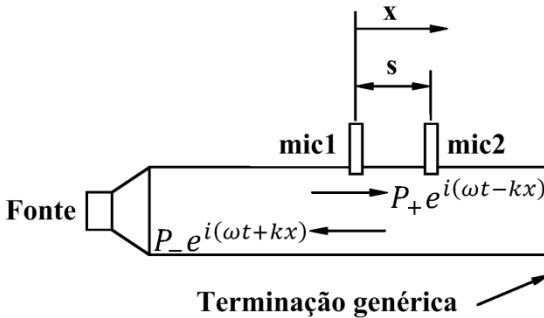


Figura 6.15: Velocidade de partícula pelo método dos dois microfones.

Para se obter a velocidade de partícula  $U_1$ , referente ao microfone “mic1”, as seguintes equações são utilizadas:

$$H_{12} = \frac{P_2}{P_1}, \quad \text{Eq. 6.30}$$

$$R = \frac{H_{12} - e^{-jks}}{e^{jks} - H_{12}}, \quad \text{Eq. 6.31}$$

$$U_1 = \frac{P_1}{\rho c_0} \left( \frac{1-R}{1+R} \right), \quad \text{Eq. 6.32}$$

onde  $H_{12}$  é a função de transferência entre os dois microfones,  $P_1$  é a pressão medida pelo microfone “mic1”,  $P_2$  é a pressão medida pelo microfone “mic2”,  $R$  é a razão entre as componentes das ondas incidente e refletida,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $c_0$  é a velocidade do som no meio e  $U_1$  é a velocidade de partícula para o ponto de medição da esquerda (“mic1”).

Tendo como excitação a própria bomba em funcionamento, foram realizadas medições na bancada experimental sem utilizar nenhum atenuador na seção de testes para a obtenção da impedância do ponto “h” da bancada (vide Figura 5.1). As parcelas real e imaginária de  $H_{12}$  são apresentadas nas figuras 6.16 e 6.17, respectivamente.

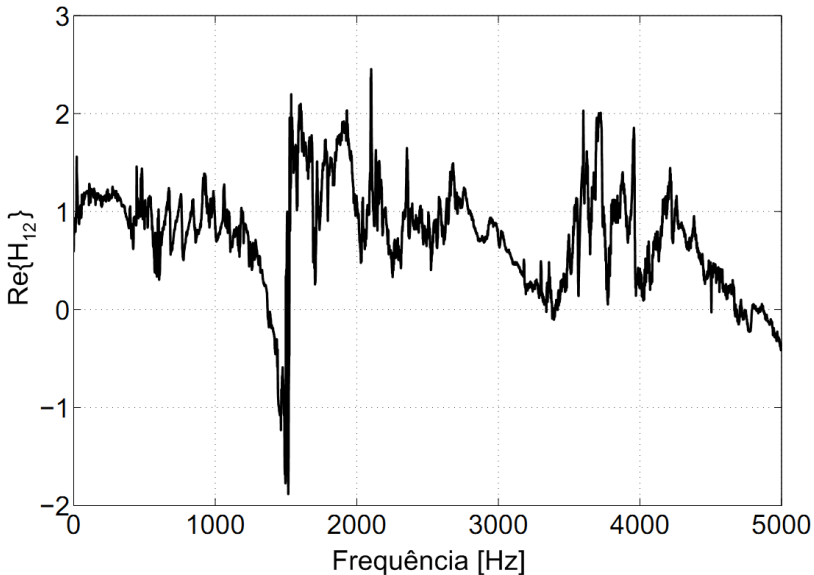


Figura 6.16: Parcela real da função  $H_{12}$ .

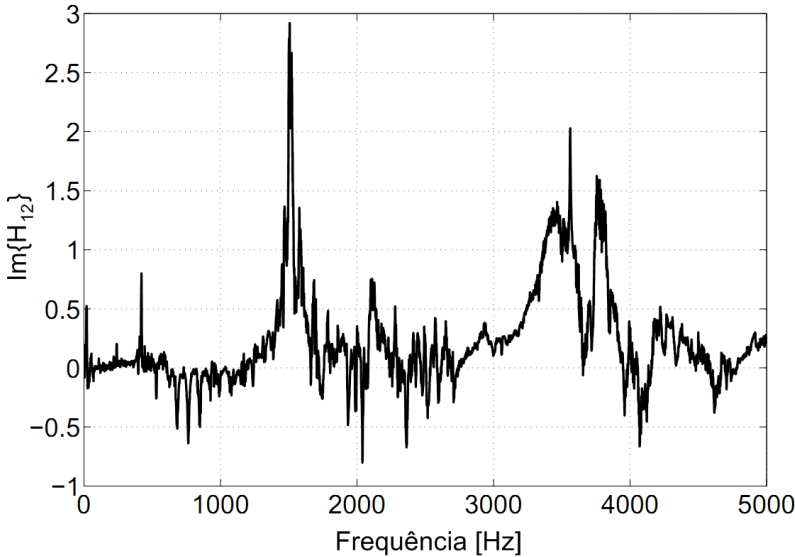


Figura 6.17: Parcela imaginária da função  $H_{12}$ .

Inserindo-se os dados experimentais nas equações 6.30, 6.31 e 6.32, obteve-se a impedância que está apresentada na Figura 6.11.

Para obtenção dos valores de  $m_i$ ,  $k_i$  e  $c_i$  que resultassem numa curva de impedância próxima à curva experimental, foi utilizado um algoritmo de otimização através do *software* MatLab. Foram utilizados métodos genéticos e do gradiente conjugado para encontrar a melhor aproximação, entretanto, para limitar o escopo do trabalho, os detalhes destes métodos não serão apresentados.

A curva de impedância analítica mais próxima à experimental encontrada está apresentada na Figura 6.18, onde a curva otimizada representa a curva analítica obtida através dos métodos de otimização mencionados.

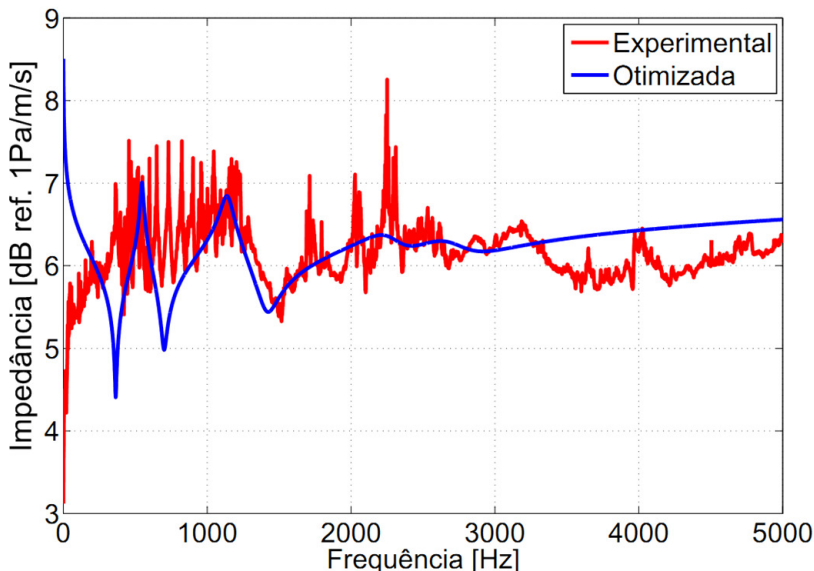


Figura 6.18: Impedância experimental e otimizada.

As constantes obtidas para o sistema com 5 GL estão dispostas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Constantes para o sistema com 5 GL.

	massa [kg]	k [N/m <sup>2</sup> ]
#1	922,25e-04	1e06
#2	110e-04	1e06
#3	160e-04	1e06
#4	91,75e-04	9,7e05
#5	128e-04	1,1e06

O valor da constante de proporcionalidade encontrado foi  $\beta = 9,2 \cdot 10^{-6}$ .

### 6.3 RESULTADOS PARA ATENUADORES

Nesta seção serão apresentados os resultados das simulações numéricas para os três tipos de atenuadores estudados neste trabalho: tubos laterais, ressonador de Helmholtz e câmara de expansão.

Todas as simulações para atenuadores foram realizadas através do modo *linear analysis*, pois este modo fornece curvas mais suaves que o modo *temporal analysis*.

Os dados de entrada utilizados como padrão para as simulações de atenuadores estão dispostos na Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Dados para simulação numérica dos atenuadores.

Pressão estática	18 [MPa]
Módulo de compressibilidade	1331,82 [MPa]
Diâmetro interno da tubulação	11,4 [mm]
Espessura da tubulação	0,7 [mm]
Módulo de elasticidade do material da tubulação	210 [GPa]
Diâmetro do êmbolo do pistão	11,28 [mm]
Contrapressão no pistão	0 [Pa]
Intervalo de tempo	0,0001 [s]
Resolução na frequência	1 [Hz]

### 6.3.1 Tubos laterais

Foi modelado no *software* AMESim a seção de testes contendo 3 tubos laterais (ver Figura 6.19), sendo que a terminação consiste no sistema com 5 GL detalhado na Tabela 6.2, e as dimensões do modelo podem ser visualizadas na Figura 6.20.

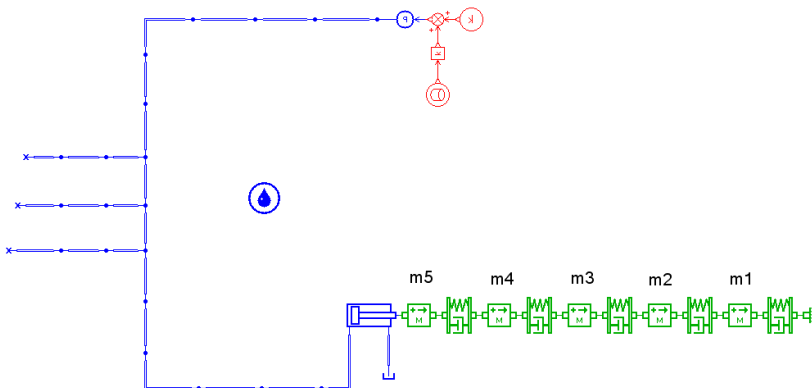


Figura 6.19: Modelo numérico para tubos laterais.

Na Figura 6.21 estão apresentadas as curvas para perda de transmissão experimental (Exp) e numérica (Num), sendo que a rotação da bomba durante a medição foi de 8167 rpm, o que implica numa frequência de passagem dos pistões de 1225 Hz.

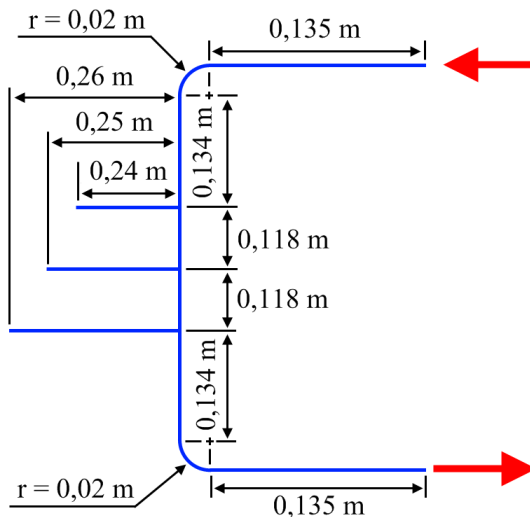


Figura 6.20: Dimensões da seção de testes com 3 tubos laterais.

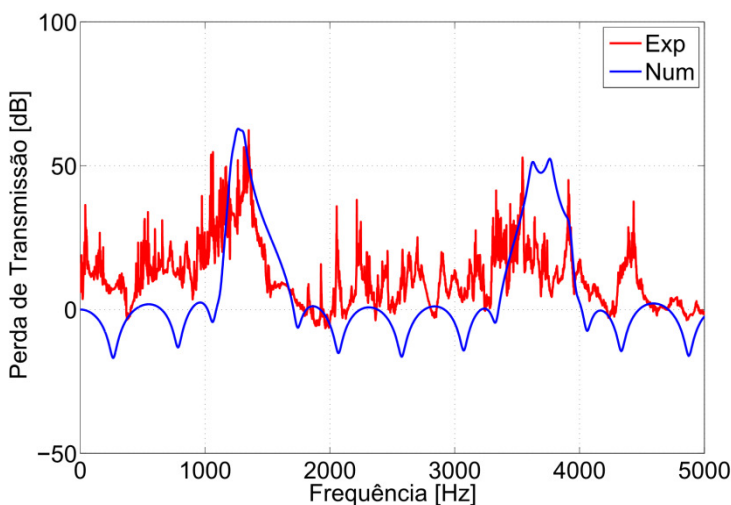


Figura 6.21: Perda de transmissão para tubos laterais com rotação de 8167 rpm – 1225 Hz.

Na Figura 6.22 é feita uma comparação entre os resultados experimental, numérico e analítico, o qual se baseia na equação 3.27, descrita por Reynolds (1985). A velocidade do som utilizada para calcular a curva analítica foi de 1355,2 [m/s], ou seja, a velocidade corrigida para 3000 psi (20,68 MPa) de pressão estática e 50 °C de temperatura.

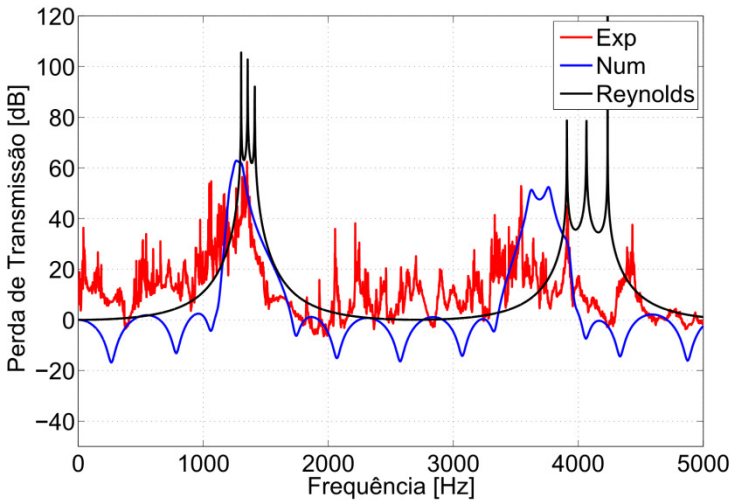


Figura 6.22: Perda de transmissão experimental (8167 rpm – 1225 Hz) comparada com numérica e analítica.

### 6.3.2 Ressonador de Helmholtz

Da mesma forma que para os tubos laterais, o ressonador de Helmholtz foi modelado no *software* AMESim contendo em sua terminação o sistema de 5 GL, conforme mostra a Figura 6.23.



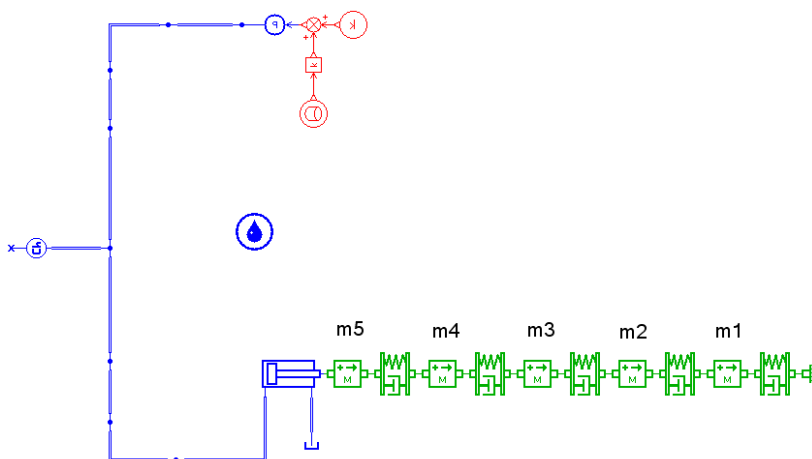


Figura 6.23: Modelo numérico para ressonador de Helmholtz.

As dimensões do modelo estão descritas na Figura 6.24.

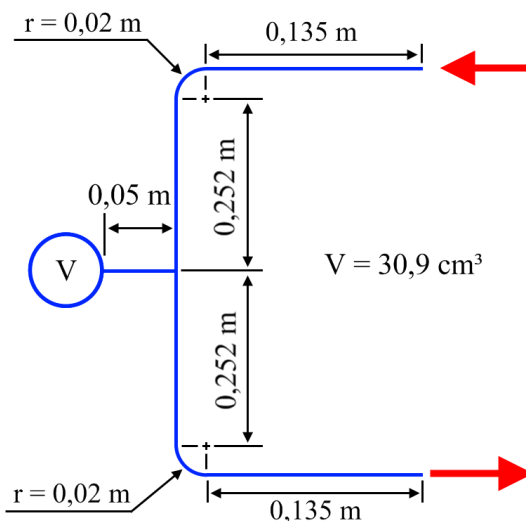


Figura 6.24: Dimensões da seção de testes com ressonador de Helmholtz.

As curvas experimental e numérica obtidas estão apresentados na Figura 6.25, onde a rotação apresentada pela bomba durante a medição

foi de 8167 rpm, o que implica numa frequência de passagem dos pistões de 1225 Hz.

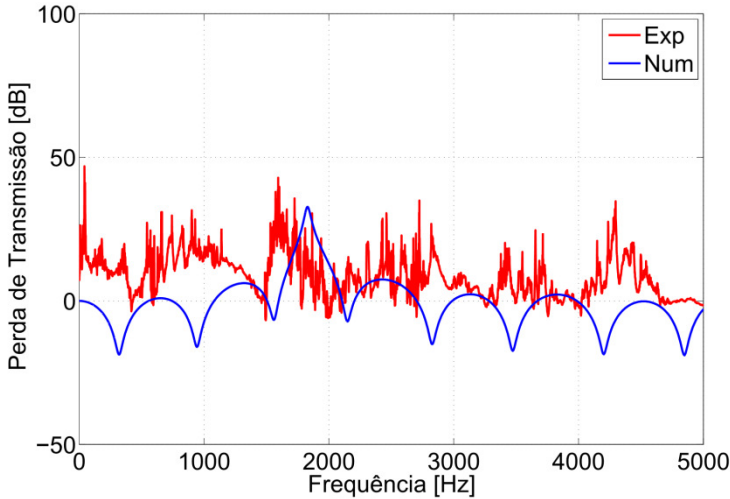


Figura 6.25: Perda de transmissão para ressonador de Helmholtz com rotação de 8167 rpm – 1225 Hz.

Em seguida, são apresentados os resultados experimental, numérico e analítico. As curvas analíticas apresentadas foram duas, a primeira baseada nas equações 3.17, 3.18 e 3.19, descritas por Reynolds (1985), e a segunda baseada na equação 3.22 descrita por Skaistis (1988). Vale lembrar que a velocidade do som no fluido utilizada para as curvas analíticas foi de 1355,2 [m/s], que é a velocidade corrigida para pressão estática e temperatura.

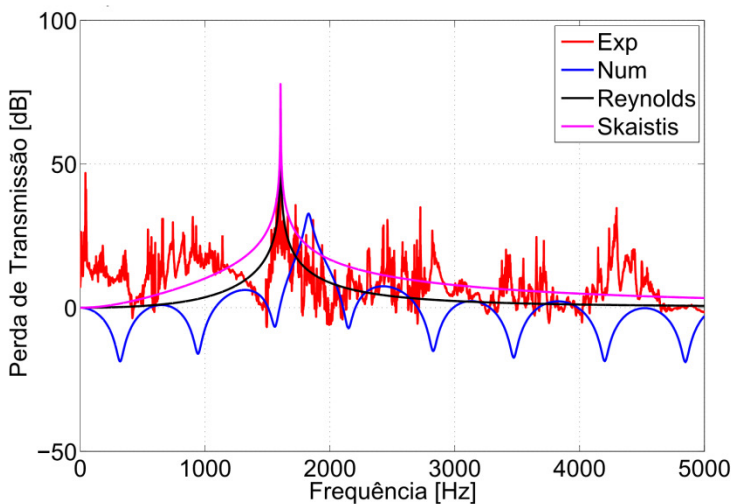


Figura 6.26: Perda de transmissão experimental (8167 rpm – 1255 Hz) comparada com numérica e analíticas.

### 6.3.3 Câmara de expansão

Da mesma forma que os outros atenuadores, a câmara de expansão foi modelada no *software* AMESim (ver Figura 6.27) .

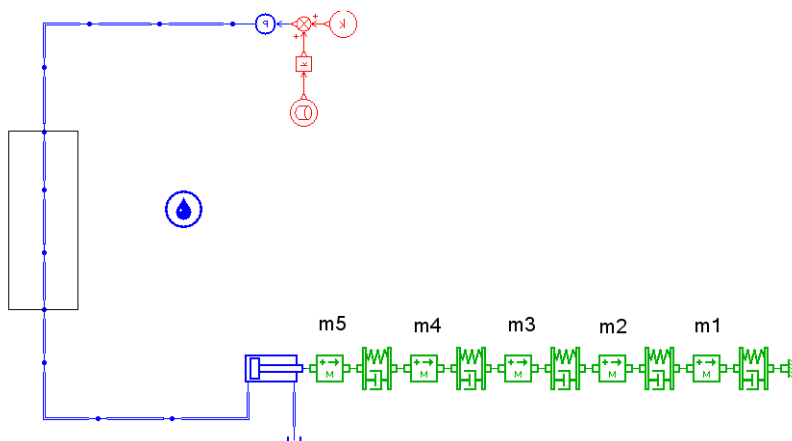


Figura 6.27: Modelo numérico para câmara de expansão.

Sua terminação também apresenta o sistema de 5 GL mostrado na Tabela 6.3, e as dimensões do modelo estão descritas na Figura 6.28.

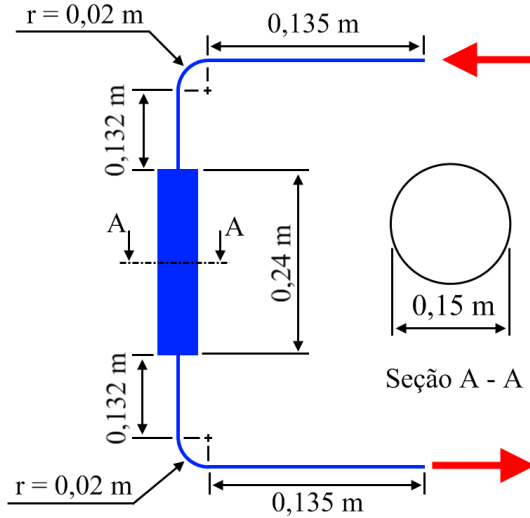


Figura 6.28: Dimensões da seção de testes com câmara de expansão.

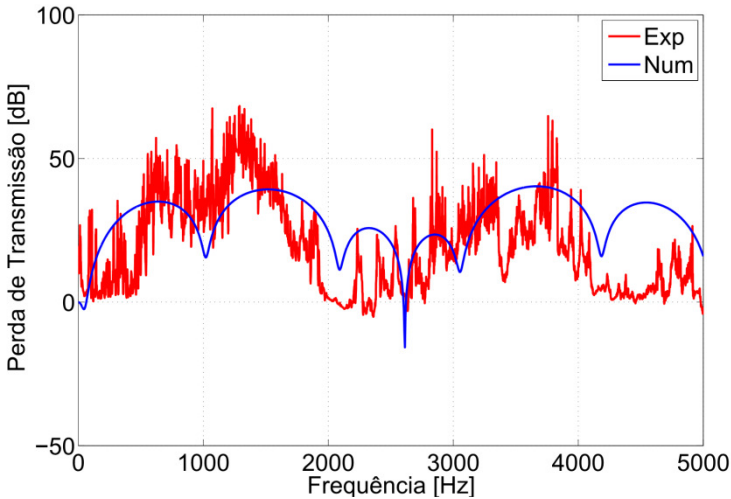


Figura 6.29: Perda de transmissão experimental (8500 rpm – 1275 Hz) e numérica.

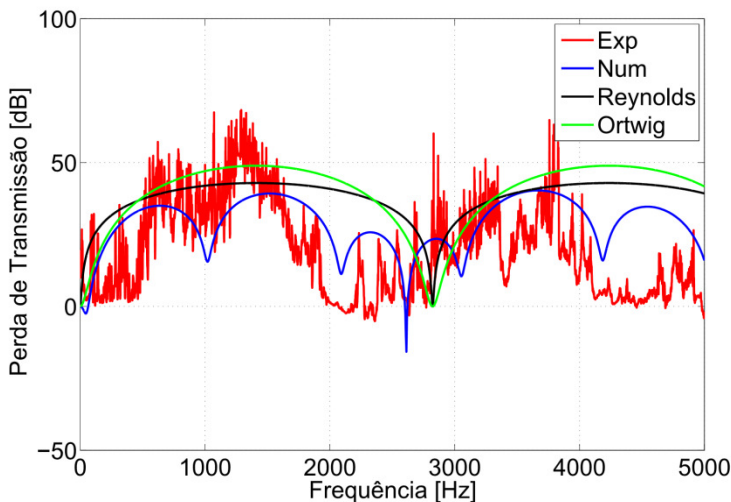


Figura 6.30: Perda de transmissão experimental (8500 rpm – 1275 Hz) comparada com numérica e analíticas.

### 6.3.4 Comentários

Com base nas comparações feitas entre as curvas analíticas, experimentais e numéricas apresentadas nesta seção, pode-se dizer que os resultados ficaram abaixo do esperado. Os resultados analíticos, quando comparados entre si, apresentaram pouca diferença, conforme descrito na literatura. Entretanto, os resultados numéricos e experimentais apresentaram certas diferenças que se devem principalmente ao fato de ter sido usada uma excitação tonal de poucas harmônicas, sendo que as comparações são feitas para todas as frequências do espectro. Isso pode ser percebido através da análise da Figura 6.31 que mostra a coerência para a medição de pressão dos pontos “e” e “i” da bancada (ver Figura 5.1).

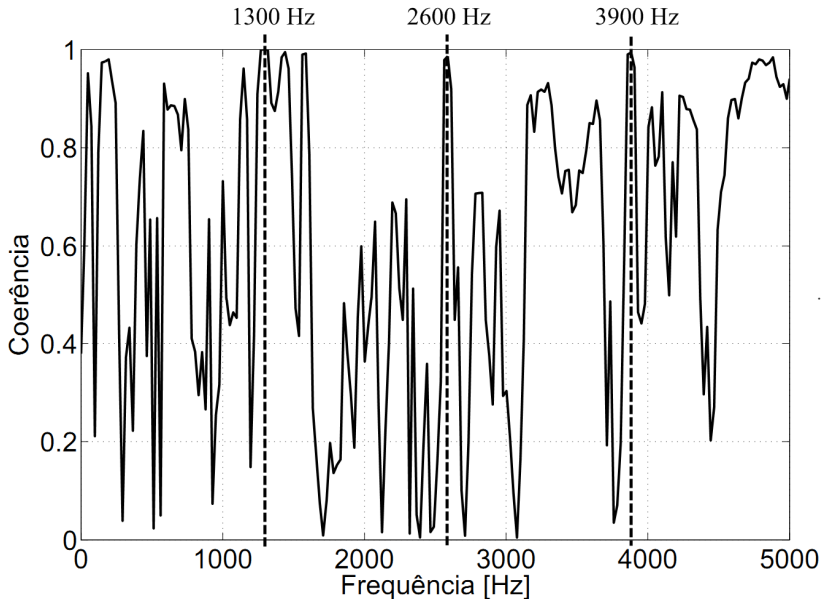


Figura 6.31: Espectro da coerência da pressão entre os pontos “e” e “i”.

Nota-se na Figura 6.31 que a coerência entre os sinais de pressão para os dois pontos é muito ruim, tendendo a 0 (zero), exceto para as frequências nas quais está concentrada a energia de excitação, ou seja, 1300 Hz, 2600 Hz e 3900 Hz aproximadamente. Para estas frequências discretas, a coerência é próxima do valor unitário, indicando relação de linearidade entre os sinais de pressão medidos para os dois pontos. Para as outras frequências, nas quais a energia de excitação é muito baixa, a coerência oscila muito, o que pode indicar a possível presença de ruído nas medições (fugas de corrente ou corrente induzida da rede elétrica).

Portanto, seria desejável que o campo acústico fosse excitado com uma excitação de espectro amplo, como o ruído branco ou excitação impulsiva. Desta forma, sugere-se para futuros trabalhos a utilização de um pistão vibrante com excitação tipo ruído branco ou a utilização de martelo de impactação em um pistão também como forma de excitar o campo acústico no fluido hidráulico.

## 6.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Nesta seção serão apresentadas algumas análises de sensibilidade, visando analisar qualitativamente os resultados experimentais e, principalmente, os resultados numéricos.

Para os resultados experimentais, os quais apresentaram problemas de ruído proveniente da rede elétrica, optou-se por uma análise qualitativa bastante simples, onde as curvas de perda de transmissão para diferentes rotações da bomba foram dispostas num mesmo gráfico, gerando assim uma curva geral dos dados experimentais. Esse procedimento pode ser considerado válido, pois a perda de transmissão é um parâmetro que não deve variar para diferentes sinais de excitação, visto que é calculado através da razão da pressão na saída pela pressão na entrada (função de transferência).

Já para os resultados numéricos, foi realizada uma análise de sensibilidade através da variação dos parâmetros de simulação. Desta forma, é possível se avaliar o impacto de cada variável (e.g. propriedades dos materiais, geometria, velocidade do som, etc.) no resultado numérico final de perda de transmissão. Após avaliar o impacto de cada variável, faz-se a extrapolação destes impactos para se obter o erro máximo e mínimo. Ou seja, partindo-se de “n” parâmetros, avalia-se quais são os dois parâmetros de maior impacto na resposta numérica. Em seguida, os parâmetros são simultaneamente variados de maneira que se obtenham curvas de erro máximo e mínimo, conforme será demonstrado a seguir.

### 6.4.1 Tubos laterais

Na Figura 6.32 estão dispostas as curvas de perda de transmissão para as rotações de 8000, 8333, 8500, 8667, 8833, 9000 e 9167 rpm, as quais estão em vermelho (“Exp A”). O resultado da sobreposição destas curvas pode ser comparado com a curva experimental para apenas uma rotação, a curva “Exp B” para 8167 rpm, conforme segue.

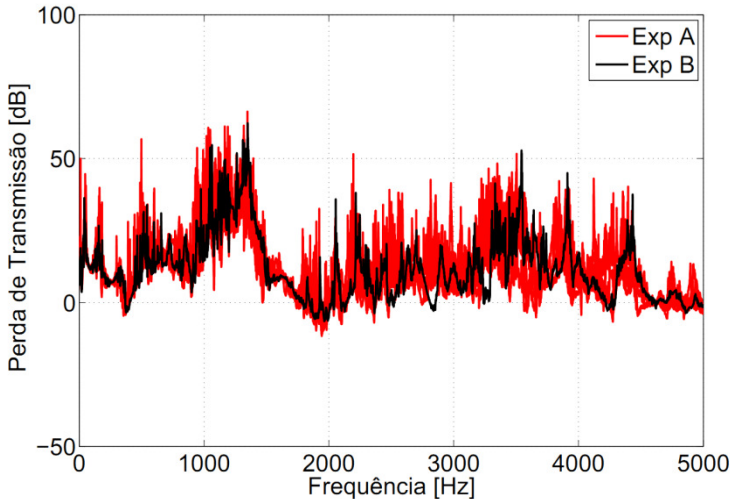


Figura 6.32: Curvas experimentais para tubos laterais.

Analisando a sobreposição das sete curvas experimentais (“Exp A”), e comparando estas com a curva experimental de apenas uma rotação (“Exp B”), pode-se afirmar que houve uma concordância razoável entre as medições experimentais. Vale lembrar também que a rede elétrica é responsável por boa parte do ruído presente no gráfico, o que dificulta bastante a identificação de possíveis particularidades das curvas experimentais que eventualmente não estão presentes nas curvas numéricas.

Tabela 6.4: Parâmetros variados nas simulações numéricas.

	Parâmetro	Magnitude	Variação	Unidade
<b>a</b>	comprimento do tubo	0,300	$\pm 0,005$	[m]
<b>b</b>	comprimento do tubo	0,118	$\pm 0,005$	[m]
<b>c</b>	velocidade do som no fluido	1262,9	$\pm 50$	[m/s]
<b>d</b>	diâmetro interno do tubo	11,4	$\pm 1$	[mm]
<b>e</b>	viscosidade absoluta do fluido	13,648	1e0 1e01 1e02 1e03 1e04	[cP]



<b>f</b>	comprimento do tubo lateral	0,24	$\pm 0,005$	[m]
----------	-----------------------------	------	-------------	-----

Com relação às simulações feitas no *software* AMESim, a análise de sensibilidade foi realizada através da variação de seis parâmetros, conforme mostra a Tabela 6.4. Sendo que estes parâmetros podem ser melhor visualizados na Figura 6.33.

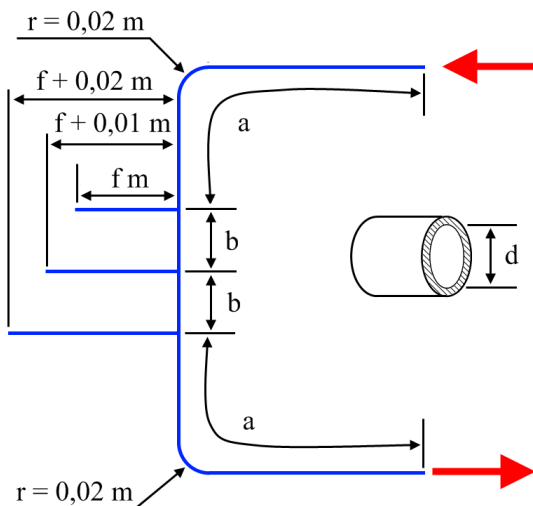


Figura 6.33: Parâmetros geométricos variados.

Nas figuras 6.34 à 6.39 são apresentadas as curvas referentes à variação dos seis parâmetros.

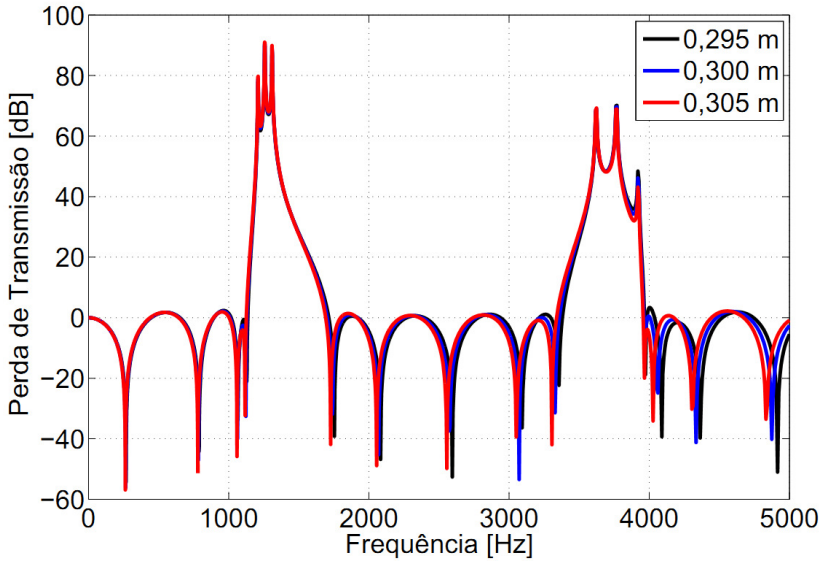


Figura 6.34: Variação do comprimento do tubo "a".

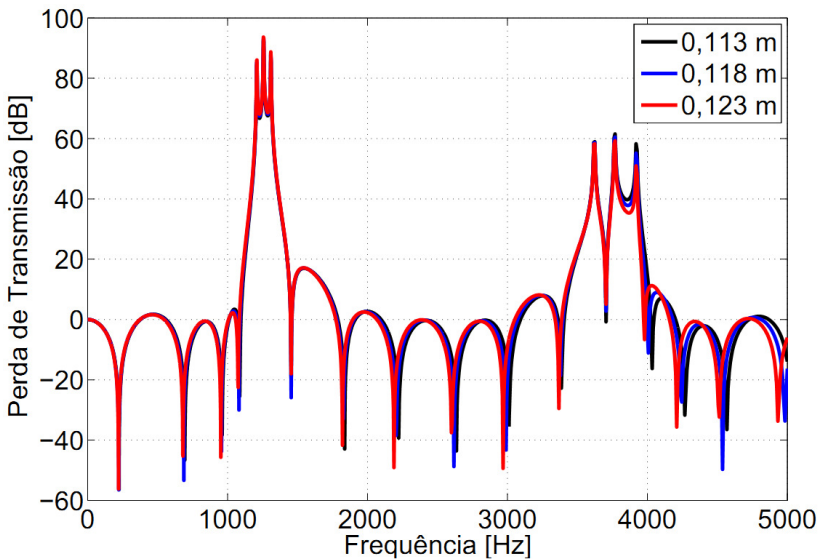


Figura 6.35: Variação do comprimento do tubo "b".

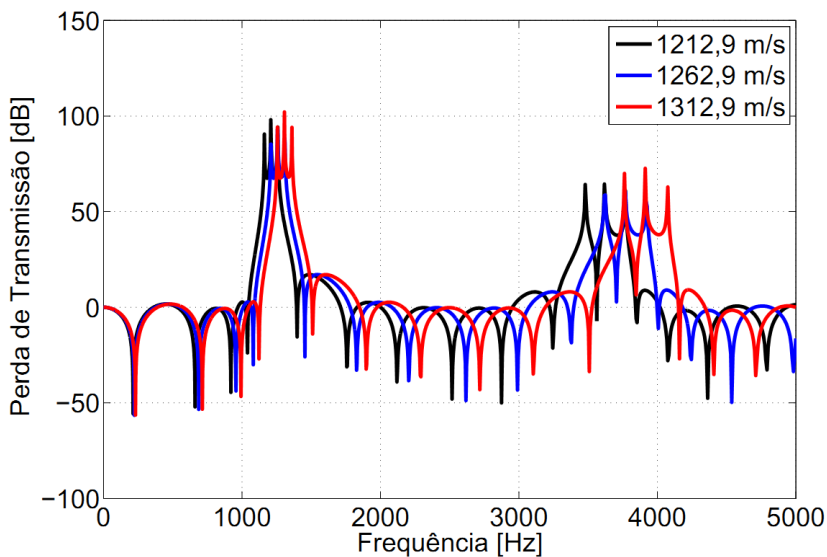


Figura 6.36: Variação da velocidade do som no fluido.

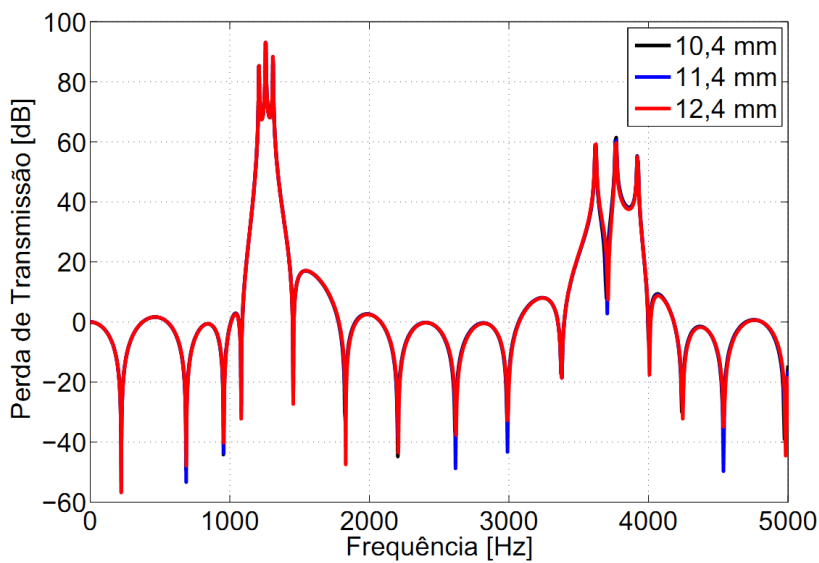


Figura 6.37: Variação do diâmetro interno da tubulação.

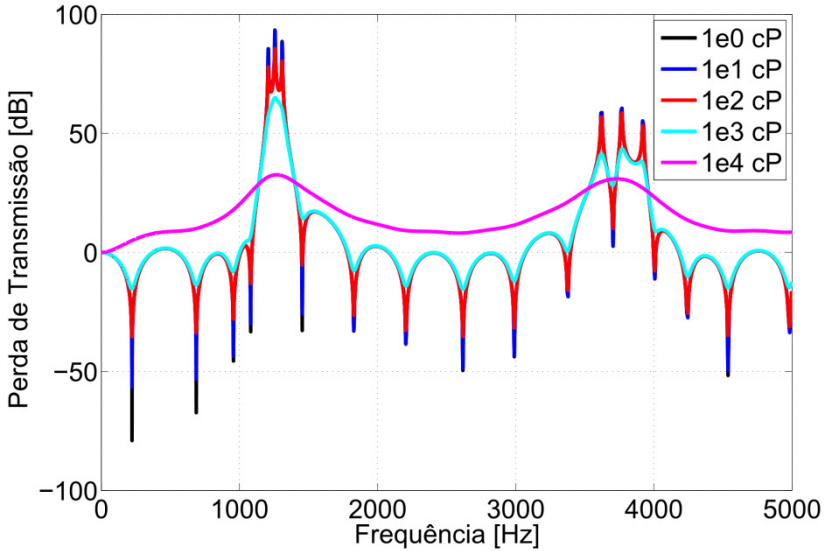


Figura 6.38: Variação da viscosidade absoluta do fluido.

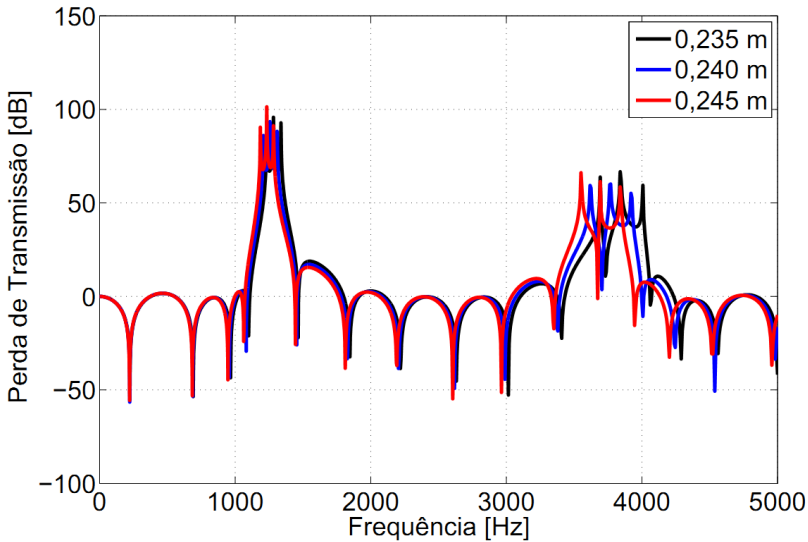


Figura 6.39: Variação do comprimento do tubo lateral "f".

Nota-se que os parâmetros de maior relevância nas curvas numéricas são o comprimento do tubo lateral "f", a viscosidade absoluta

“e” e a velocidade do som “c”. Através da análise da Figura 6.38, adotou-se o valor de  $1e02$  [cP] como o valor de referência para a viscosidade absoluta do fluido, pois a curva para este valor de viscosidade se mostrou mais suave, porém sem perder informação de ressonâncias, funcionando desta forma como um ajuste para que demais amortecimentos que não foram considerados no modelo fossem compensados pela viscosidade absoluta corrigida de  $1e02$  [cP].

De posse dos outros dois parâmetros de grande relevância para a simulação, foram criados três novos casos, combinando-se a variação dos outros dois de forma a se obter uma curva de erro mínimo, uma curva original e uma curva de erro máximo:

- caso A (deslocada para direita):
  - $f = 0,235$  [m];
  - $c = 1312,9$  [m/s];
- caso B (original):
  - $f = 0,24$  [m];
  - $c = 1262,9$  [m/s];
- caso C (deslocada para esquerda):
  - $f = 0,245$  [m];
  - $c = 1212,9$  [m/s].

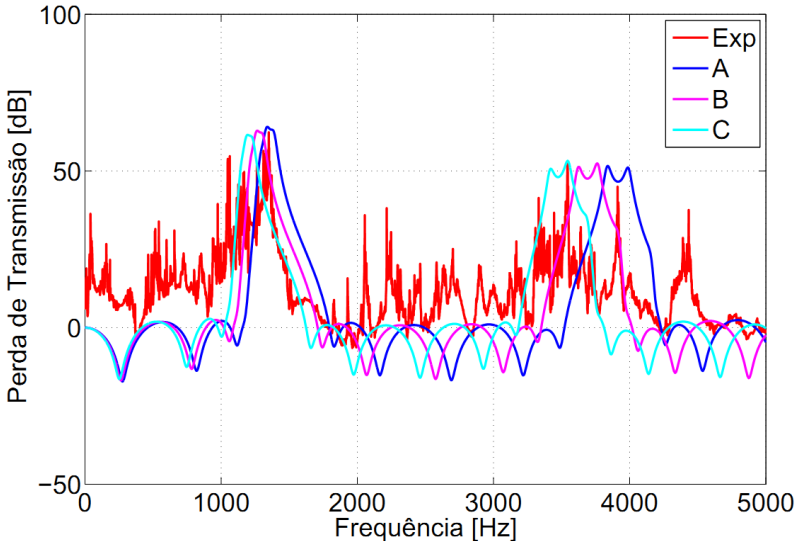


Figura 6.40: Variação de parâmetros – 8167 rpm – 1225 Hz.

#### 6.4.2 Ressonador de Helmholtz

Seguindo o mesmo procedimento adotado para os tubos laterais, na Figura 6.41 estão dispostas as curvas de perda de transmissão experimental para sete diferentes rotações da bomba (8000, 8333, 8500, 8667, 8833, 9000 e 9167 rpm – “Exp A”) , bem como a curva experimental para a rotação de 8167 rpm (“Exp B”).

Comparando-se a curva da sobreposição das sete diferentes rotações com a curva para apenas uma rotação, nota-se uma boa concordância das curvas experimentais entre si. Existe uma região próxima à frequência de 4000 Hz que apresentou elevada perda de transmissão.

Com relação às simulações numéricas, adotou-se a mesma análise de sensibilidade que foi feita para os tubos laterais, ou seja, através da variação de quatro parâmetros, conforme mostra a Tabela 6.5.

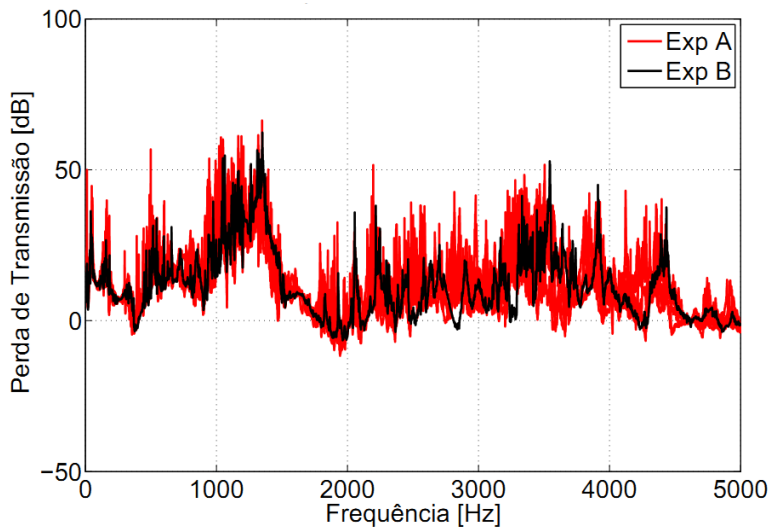


Figura 6.41: Curvas experimentais para ressonador de Helmholtz.

Tabela 6.5: Parâmetros variados nas simulações numéricas.

	Parâmetro	Magnitude	Variação	Unidade
<b>L<sub>H</sub></b>	comprimento do pescoço	0,050	± 0,005	[m]
<b>c</b>	velocidade do som no fluido	1262,9	± 50	[m/s]
<b>V</b>	volume do ressonador	30,9	± 1	[cm³]
<b>e</b>	viscosidade absoluta do fluido	13,648	1e0 1e01 1e02 1e03 1e04	[cP]

Nas figuras 6.42, 6.43, 6.44 e 6.45 estão apresentadas as curvas para cada parâmetro variado.

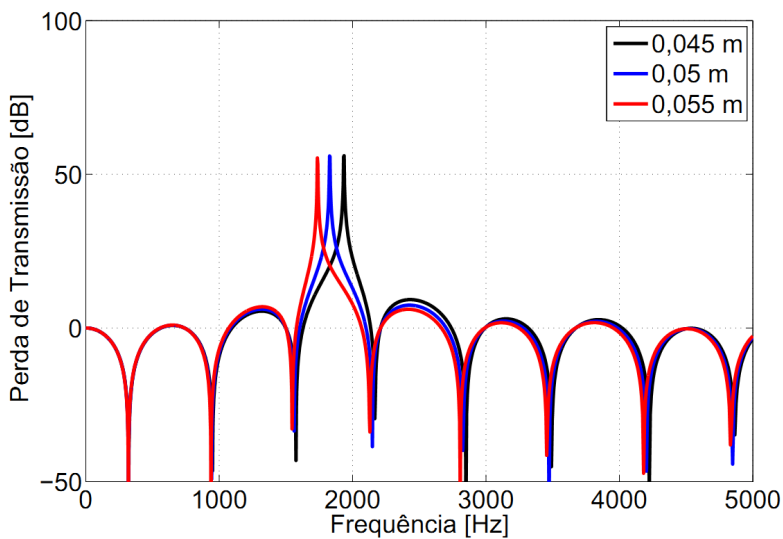


Figura 6.42: Variação do comprimento do pescoço.

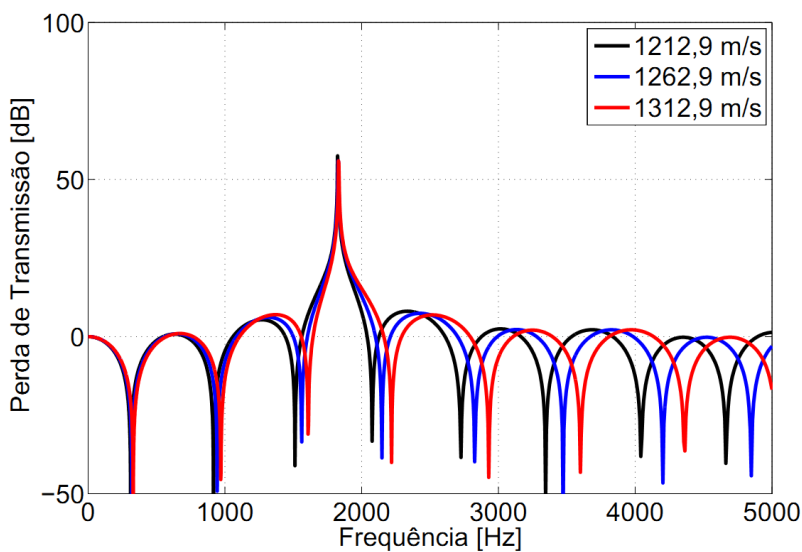


Figura 6.43: Variação da velocidade do som no fluido.



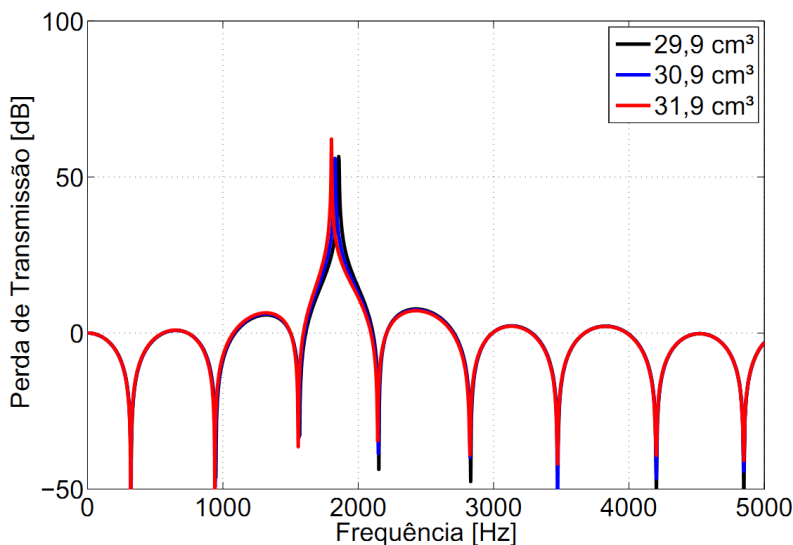


Figura 6.44: Variação do volume do ressonador.

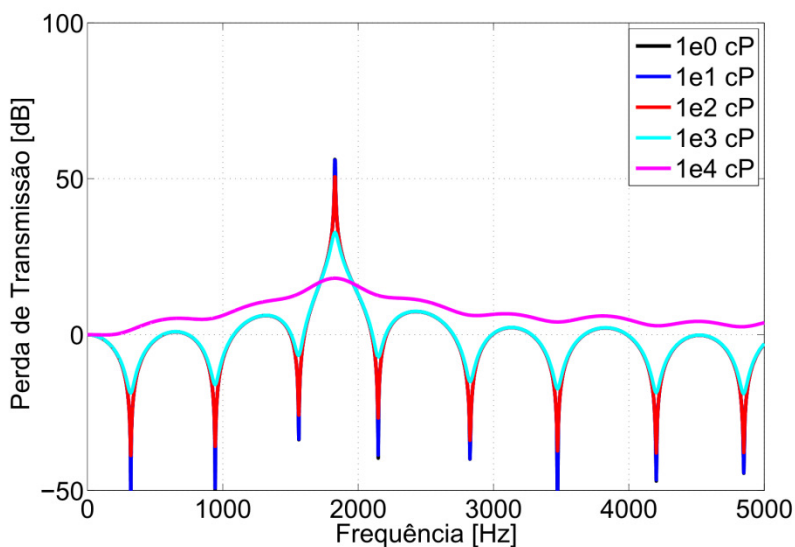


Figura 6.45: Variação da viscosidade absoluta do fluido.

Com base nos gráficos apresentados, nota-se que as variáveis mais significativas na resposta numérica são o volume do ressonador, o comprimento do pescoço e a viscosidade absoluta. A viscosidade

absoluta escolhida como referência foi a mesma encontrada para os tubos laterais, de  $1e2$  [cP]. Para os outros dois parâmetros encontrados, adotou-se o mesmo procedimento de geração de curvas de erro máximo e mínimo, conforme segue:

- caso A (deslocada para direita):
  - $V = 31,9$  [cm<sup>3</sup>];
  - $L_H = 0,055$  [m];
- caso B (original):
  - $V = 30,9$  [cm<sup>3</sup>];
  - $L_H = 0,05$  [m];
- caso C (deslocada para esquerda):
  - $V = 29,9$  [cm<sup>3</sup>];
  - $L_H = 0,045$  [m].

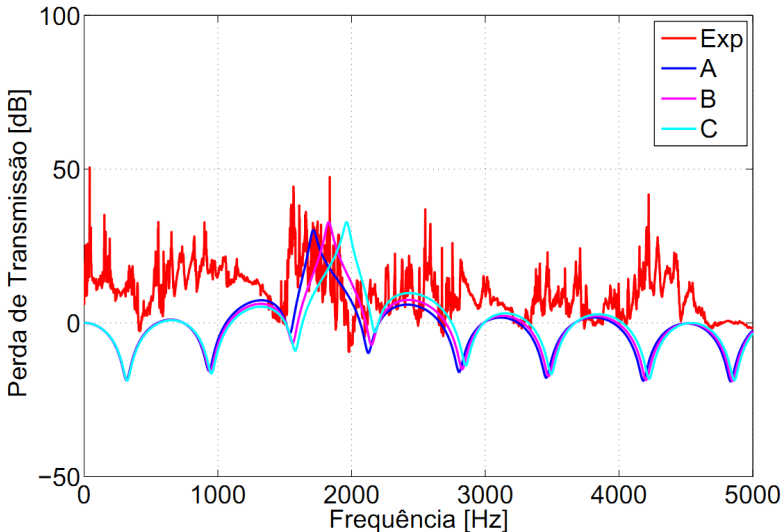


Figura 6.46: Variação de parâmetros – 8167 rpm – 1225 Hz.

Na Figura 6.46 estão dispostos os três casos, bem como a curva experimental para rotação de 8167 rpm da bomba.

### 6.4.3 Câmara de expansão

Seguindo o mesmo procedimento adotado para os outros atenuadores, na Figura 6.47 estão sobrepostas as curvas experimentais para as sete diferentes rotações da bomba (8000, 8167, 8333, 8667, 8833, 9000 e 9167 rpm – “Exp A”), bem como a curva para a rotação de 8500 rpm (“Exp B”).

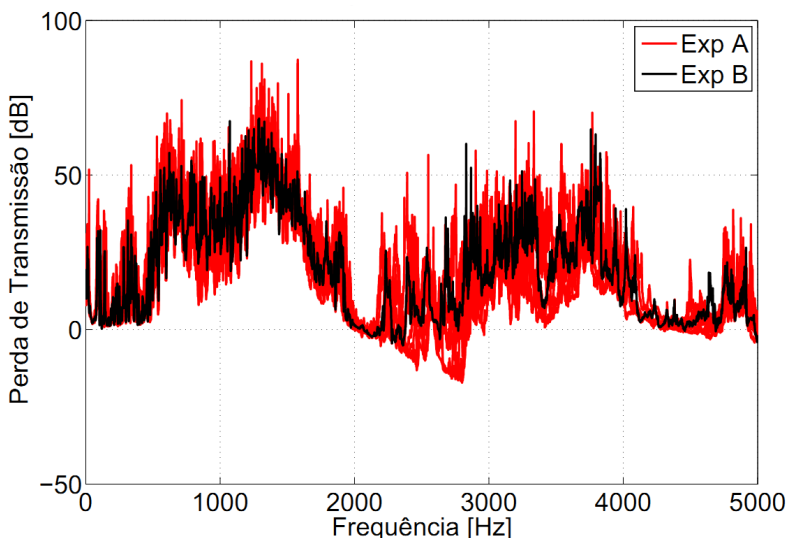


Figura 6.47: Curvas experimentais para câmara de expansão.

Comparando-se as sete curvas experimentais sobrepostas (“Exp A”) com a curva para uma única rotação (“Exp B”), nota-se que a perda de transmissão não apresentou heterogeneidades para as diferentes rotações, apenas um forte ruído no gráfico que pode ter como causa, em parte, a frequência da rede elétrica e suas harmônicas.

Com relação à variação de parâmetros na simulação, na Tabela 6.6 estão apresentadas as variáveis selecionadas para o procedimento (parâmetros geométricos vide Figura 6.48).

Tabela 6.6: Parâmetros variados nas simulações numéricas.

	Parâmetro	Magnitude	Variação	Unidade
<b>a</b>	comprimento da câmara	0,24	$\pm 0,005$	[m]
<b>b</b>	diâmetro da câmara	0,15	$\pm 0,005$	[m]
<b>e</b>	velocidade do som no fluido	1262,9	$\pm 50$	[m/s]
<b>f</b>	viscosidade absoluta do fluido	13,648	1e0 1e01 1e02 1e03 1e04	[cP]

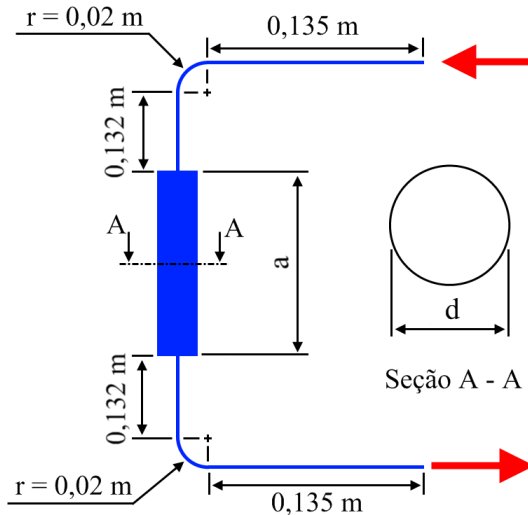


Figura 6.48: Parâmetros geométricos variados.

Pode-se observar o efeito da variação de parâmetros nas curvas simuladas através das figuras 6.49, 6.50, 6.51 e 6.52.

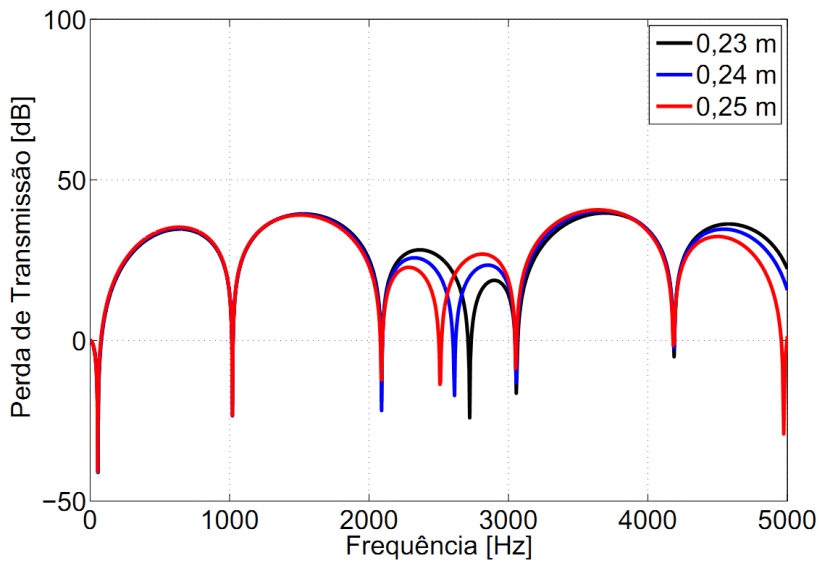


Figura 6.49: Variação do comprimento da câmara.

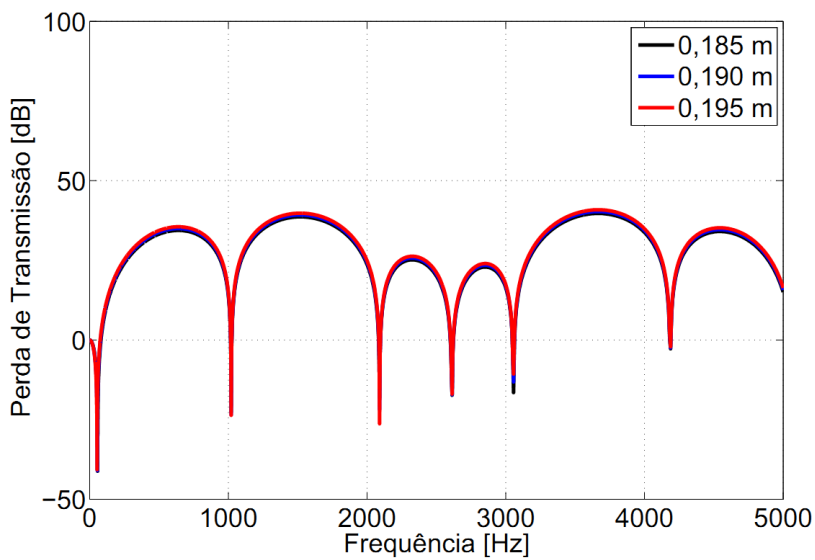


Figura 6.50: Variação do diâmetro da câmara.

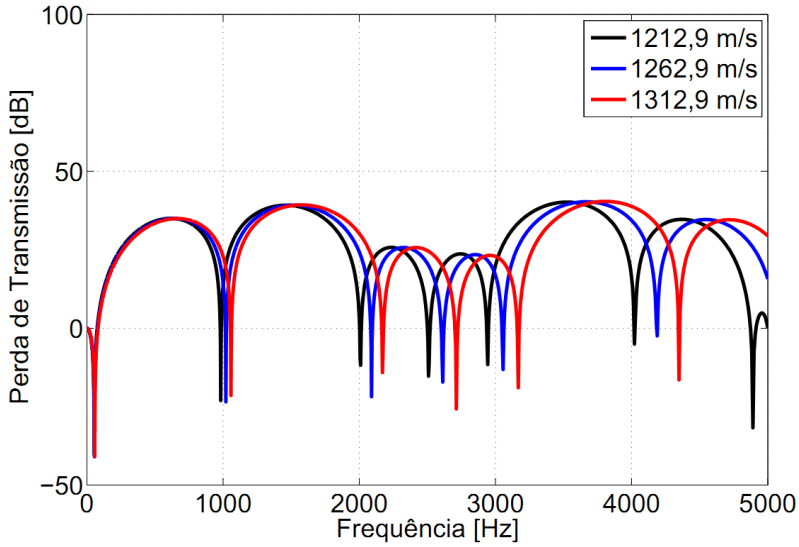


Figura 6.51: Variação da velocidade do som no fluido.

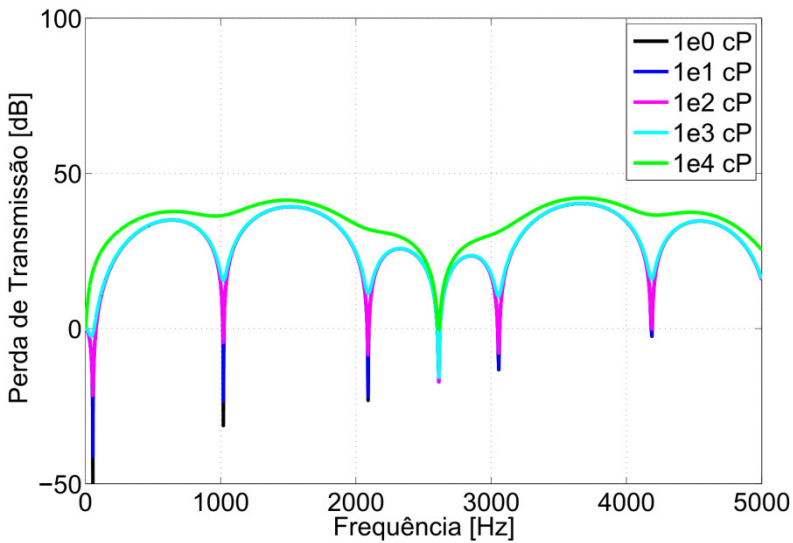


Figura 6.52: Variação da viscosidade absoluta do fluido.

Variando-se os parâmetros de forma a se obter uma curva de erro máximo e mínimo:

- caso A:
  - $a = 0,23$  [m];
  - $c = 1312,9$  [m/s];
- caso B:
  - $a = 0,24$  [m];
  - $c = 1212,9$  [m/s].
- caso C:
  - $a = 0,25$  [m];
  - $c = 1212,9$  [m/s].

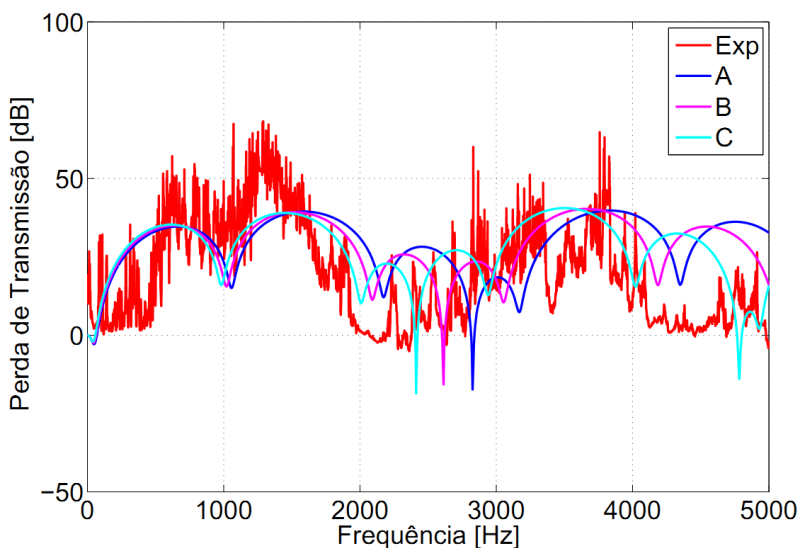


Figura 6.53: Variação de parâmetros da câmara de expansão para rotação de 8500 rpm – 1275 Hz.

## CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES

A proposta inicial deste trabalho era estudar o ruído hidráulico de aeronaves com base em experimentos e simulações numéricas realizadas através do programa comercial AMESim. A escolha foi motivada devido à larga utilização deste *software* para simulação de sistemas hidráulicos, com foco nos parâmetros hidráulicos, e não acústicos. Desta forma, pelo fato de não ser um programa especializado em simulações de acústica e vibrações, o presente trabalho também objetivava avaliar a capacidade deste *software* de representar o campo acústico em sistemas hidráulicos, comparando os resultados numéricos com analíticos e experimentais.

Conforme apresentado no capítulo 6, os resultados indicam que o *software* pode ser utilizado para simulações acústicas unidimensionais (1D), fornecendo bons resultados até mesmo para sistemas nos quais exista interação acústica entre componentes. Entretanto, algumas limitações do programa foram encontradas, tais como: não possuir certas variáveis importantes para acústica (e.g. velocidade de partícula e impedância acústica); não possuir componentes cujas propriedades possam ser configuradas em função da frequência (e.g. válvula com impedância em função da frequência) e dificuldades de convergência.

Comparando-se os resultados numéricos com os analíticos, nota-se que existem vários anti-picos nas curvas numéricas, fenômeno este que não é encontrado nas curvas analíticas. Isso se deve ao fato das equações analíticas considerarem apenas o atenuador, sem levar em conta as tubulações adjacentes que compõem a seção de teste. Desta maneira, os anti-picos presentes em curvas simuladas pelo *software* representam as frequências de ressonância das tubulações adjacentes aos atenuadores simulados.

Com relação aos dados experimentais, deve-se ressaltar que a bancada hidráulica foi um sistema novo a ser estudado, o que já representou certo desafio para o presente estudo, principalmente com relação aos erros de medição, que ocorreram devido à forte influência da rede elétrica. A presença das frequências da rede elétrica nas medições teve como causa a baixa sensibilidade dos transdutores de pressão dinâmica, ou seja, as pequenas flutuações de pressão geravam uma diferença de potencial da mesma ordem de grandeza que eventuais fugas de corrente e/ou correntes induzidas presentes no sistema de medição.



Além disso, a utilização de uma fonte de ruído tonal pode não ter sido a melhor escolha, porque, como as comparações de perda de transmissão são feitas para todo o espectro, excitações de banda larga ou impulsivas provavelmente forneceriam respostas mais confiáveis em termos de representatividade dos fenômenos acústicos.

A aplicação dos três tipos de atenuadores teve um bom efeito em termos de redução do FBN. A utilização dos tubos laterais, por exemplo, gerou boa atenuação principalmente para a primeira frequência de ressonância, na faixa de 1300-1400 Hz aproximadamente.

Já para o ressonador de Helmholtz, a perda de transmissão obtida na aplicação deste foi muito menor do que a esperada, sendo que o efeito da sua utilização ficou pouco visível nos gráficos apresentados. Acredita-se que a disposição do ressonador (pescoço posicionado na horizontal) possa ter ocasionado a retenção de bolhas dentro do ressonador, reduzindo substancialmente o efeito reativo do atenuador.

Por fim, a perda de transmissão causada pela utilização da câmara de expansão foi boa, principalmente no trecho que corresponde aos dois primeiros lóbulos da curva numérica (0-2000 Hz aprox. - Figura 6.29) onde a atenuação é bastante visível. Como a configuração do atenuador apresenta cantos vivos, a câmara pode eventualmente ter retido bolhas de ar, o que mudaria um pouco a sua curva característica de atenuação, apresentando curvas provavelmente mais amortecidas.

Em resumo, a redução do FBN obtida para os atenuadores avaliados neste trabalho foi boa, sendo que as informações contidas neste trabalho podem servir de base para trabalhos mais aprofundados na área de controle de ruído para sistemas hidráulicos. Os resultados e caminhos expostos formam um substrato para futuros trabalhos relacionados ao ruído propagado pelo fluido em sistemas hidráulicos.

## Sugestões para trabalhos futuros

- Utilização de uma fonte de ruído tipo banda larga ou impulsiva, podendo ser realizada através de um pistão dentro do tubo principal que é movimentado por um *shaker* ou por um martelo de impactação. Bancadas com este tipo de configuração são descritas nos trabalhos de Kela (2010), Cho et al (2000), Harms e Prinke (1979) e Johnston (2006).
- Medição da velocidade do som no fluido e comparação desta com a velocidade do som obtida através das curvas em função da temperatura e pressão estática do fluido.
- Estudo de diferentes concepções de atenuadores contendo eventualmente elementos dissipativos.
- Inserção de uma terminação anecóica após a seção de testes, evitando assim a reflexão das ondas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACKÉ, W.; MURRENHOFF, H. **Grundlagen der Ölhydraulik**. Lecture notes: Institut für Fluidtechnische Antriebe und Steuerungen, RWTH Aachen, Germany, 1994.

BLACKSTOCK, D. T. **Fundamentals of physical acoustics**. USA: John Wiley & Sons, Inc., 2000. 541 p.

CHO, B-H.; LEE, H-W.; OH, J. S. Estimation technique of air content in automatic transmission fluid by measuring effective bulk modulus. **Seoul 2000 FISITA World Automotive Congress**, Seoul, Korea, p. 1-6, June, 2000.

CHUNG, J. Y.; BLASER, D. A. Transfer function method for measuring in-duct acoustic properties, I: theory. **Journal of Acoustical Society of America**, 68(3), p. 907-913, 1980a.

CHUNG, J. Y.; BLASER, D. A. Transfer function method for measuring in-duct acoustic properties, II: experiment. **Journal of Acoustical Society of America**, 68(3), p. 914-921, 1980b.

DIACU, F. **Introdução a equações diferenciais: teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 262 p.

EATON CORPORATION. **Vickers Fluid Systems**: A descriptive summary of vickers inline pumps and their applications. Eaton Aerospace, Mississippi, USA: 2000. 64 p.

EMBRAER. **Lineage ACMP 3A**: Study of the Noise Transmission Paths. 2008. 10 slides. Apresentação em slides.

EMBRAER. **Manual de Treinamento**: EMBRAER 170. Rev. 01. Embraer S/A, p. 86-106, 2005.

ENGINEERING SCIENCE DATA UNIT. **ESDU 83046**: Fluid transients in pipes and tunnels speed of propagation of pressure waves. The Institution of Mechanical Engineers, London, UK, 2007.

FAIRES, J. D.; BURDEN, R. **Numerical methods**. 3. ed. USA: Brooks/Cole, Cengage Learning, 2003. 622 p.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 6. Ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2006. 798 p.

GAUTSCHI, W. **Numerical analysis**. 2. ed. USA: Springer Science + Business Media, LCC, 1997. 588 p.

HOFFMANN, D. Die Dämpfung von Flüssigkeitsschwingungen in Ölhydraulikleitungen. **VDI-Forschungsheft**, 575 p., 1976.

HOWELLS, E.; NORTON, E. Parameters affecting the velocity of sound in transformer oil. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-103, n. 5, p.1111-1115, May 1984.

INMAN, D. J. **Engineering vibration**. 3 ed. Person Education, Inc., 2007. 669 p.

JINGHONG, Y.; ZHAONENG, Z.; YUANZHANG, L. The variation of oil effective bulk modulus with pressure in hydraulic systems. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 116, n. 1, p. 146-150, March, 1994.

JOHNSTON, D. N. A time-domain model of axial wave propagation in liquid-filled flexible hoses. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 220, no. 7, p. 517-530, 2006.

JOHNSTON, D. N. Hydraulic system noise prediction and control. **Handbook of Noise and Vibration Control**, chapter 76, p. 946-955, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, USA, 2007.

JONG, C. A. F. **Analysis of pulsations and vibrations in fluid-filled pipe systems**. Phd Thesis, 162 p., TNO Institute of Applied Physics, Delft, Netherlands, 1994.

JORDAN, R. **Fundamentos de vibrações**. 2011. Laboratório de Vibrações e Acústica – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

KADAM, P. H. **Development and comparison of analytic, numerical and experimental techniques to formulate four-pole matrices of three-dimensional acoustic systems**. Msc. Thesis (Mechanical Engineering) – University of Cincinnati, Ohio, USA, 2005. 59 p.

KAJASTE, J. et al. Computational models for effective bulk modulus of hydraulic fluid. **The 2nd International Conference on Computational Methods in Fluid Power FPNI'06**, Aalborg, Denmark, 7 p., Aug., 2006.

KELA, L. **Attenuating amplitude of pulsating pressure in a low-pressure hydraulic system by an adaptive Helmholtz resonator**. PhD. Thesis (Mechanical Engineering) - University of Oulu, Finland, 2010. 154 p.

KELA, L. Resonant frequency of an adjustable Helmholtz resonator in a hydraulic system. **Archives of Applied Mechanics**. Springer-Verlag, v. 79, p. 1115-1125, 2008.

KOCH, W., **Hidráulica - bombas de pistões axiais**. Senai Paranaguá, PR., Brasil, 2008. 11 p. Notas de Aula.

KOJIMA, E.; SHINADA, M.; YOSHINO, T. Characteristics of fluidborne noise generated by fluid power pump (2<sup>nd</sup> report, pressure pulsation in balanced vane pump). **Bulletin of Japan Society Mechanical Engineering**, v. 27, No. 225, p. 475-482, 1984.

KUSS, E. **pVT-Daten bei hohen Drücken**: DGMK-Projekt 4510. Deutsche Gesellschaft für Mineralölwissenschaft und Kohlechemie, 1976. 69 p.

LARSSON, P. **On fluid power attenuators - analysis, measurements and performance optimization**. Linköping Studies in Science and Technology Thesis No. 101. Sweden, 1987.

LENZI, A. **Acústica avançada**. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2010. Notas de Aula.

LMS. **Hydraulic library**. Rev 8B. Belgium: LMS International, Dec. 2008a. 122 p.

LMS. **Integration algorithms used in AMESim technical bulletin n°102**. Rev 8B. Belgium: LMS International, Dec. 2008b. 21 p.

LMS. **AMESim user's manual**. Rev 8B. Belgium: LMS International, 2008c.

LOMEN, D.; MARK, J. **Differential equations**. USA: Prentice-Hall, Inc., 1988. 464 p.

MALANEY, D.; HONGBIN, W.; MIKE, B. Experimental and numerical study on vibro-acoustic performance of axial piston pump. **SAE Technical Paper Series**, Warrendale, PA, USA, May, 2005.

MANRING, N. D. The effective fluid bulk-modulus within a hydrostatic transmission. **ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**. 119:462-66, Sept., 1997.

MEHTA, V. **Torque ripple attenuation for an axial piston swash plate type hydrostatic pump: noise considerations**. Phd Thesis, 119 p., University of Missouri, Columbia, MO, USA, May, 2006.

MERRIT, H. **Hydraulic control systems**. USA: John Wiley & Sons Inc., 1967.

MIKOTA, J. Comparison of various designs of solid body compensators for the filtering of fluid flow pulsations in hydraulic systems. **Proc. of 1<sup>st</sup> FPNI-PhD Symp**, Hamburg, 2000.

NYKÄNEN, T.; ESQUÉ, S.; ELLMAN, A. Comparison of different fluid models. **Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control**, Bath, United Kingdom, p. 101-110, 2000.

ORTWIG, H. Experimental and analytical vibration analysis in fluid power systems. **International Journal of Solids and Structures**, v. 42, p. 5821–5830, 2005.

REYNOLDS, D. D. **Engineering principles of acoustics – noise and vibration control**. Boston, USA: Allyn and Bacon, Inc., 1985.

SEYBERT, A. F.; ROSS, D. F. Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique. **Journal of Acoustical Society of America**, vol. 61, no. 5, p. 1362–1370, May, 1977.

SHELL AVIATION LIMITED. **The aeroshell book**. 18. th. 196 p., Shell Centre, London, 2003.

SILVA, J. C.; NASCIMENTO, J. C. Modelagem e simulação dinâmica, AMESim - ambiente para protótipos virtuais. **Revista da ABHP - Associação Brasileira de Hidráulica e Pneumática**, v. 120, p. 4-8, São Paulo, Jul., 2002.

SKAISTIS, S. **Noise control of hydraulic machinery**. USA: Marcel Dekker, 1988.

THE ENGINEERING SOCIETY FOR ADVANCING MOBILITY LAND SEA AIR AND SPACE. **SAE-AIR 1362**: fluids, hydraulic, physical properties of. Warrendale, Pennsylvania, USA, rev. B, 58 p., 2000.

THE VICKERS AEROSPACE MARINE DEFENSE GROUP. **Fluid power products on Embraer's EMB-120 Brasilia**. p. 9-12.

WILBY, J. F. Aircraft interior noise. **Journal of Sound and Vibration**, v. 190(3), p. 545-564, 1996.

ZHANG, N.; WANG, M. Dynamic modeling of hydraulic power steering system with variable ratio rack and pinion gear. **Japan Society Mechanical Engineering**, series C, v. 48, No. 2, p. 251-260, 2005.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações diferenciais – volume 2**. 3 ed. São Paulo: Pearson Makron books, 2001. 434 p.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem.**  
São Paulo: CENGAGE Learning, 2009. 492 p.



## APÊNDICE I: Estimativa da velocidade do som em dutos

### I.1 Velocidade do som nos líquidos em tubos revestidos de seção circular

A velocidade do som corrigida  $a$  no fluido em uma tubulação revestida e com seção transversal circular (Figura A. 1) pode ser calculada através das expressões:

$$a = \left[ \rho \left( \frac{1}{K} + \Lambda \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{I.1})$$

$$\Lambda = \frac{(D-m)(1-\nu^2)[(D^2+m^2)(1-\nu)+2\nu Dm]}{EDm(D-m)(1-\nu)+E_i m_i[(D^2+m^2)(1-\nu)+2\nu Dm]}, \quad (\text{I.2})$$

onde  $\Lambda$  é o fator de deformação da área,  $D$  é o diâmetro médio da tubulação,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $E$  é o módulo de elasticidade do material da tubulação,  $E_i$  é o módulo de elasticidade do material do revestimento interno,  $m$  é a espessura da parede da tubulação e  $m_i$  é a espessura da parede do revestimento interno.

Nesta expressão, o mesmo valor do coeficiente de Poisson é assumido para o material do revestimento e da parede do tubo. Essa condição é válida para a maioria dos pares de materiais isotrópicos, já que expressão para  $\Lambda$  é pouco sensível às variações do coeficiente de Poisson.

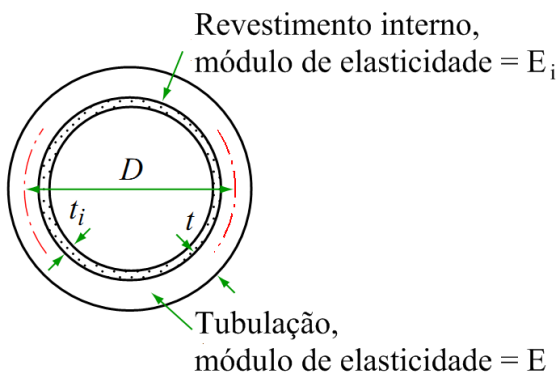


Figura A. 1: Seção transversal da tubulação com revestimento interno.

Fonte: ESDU 83046 (2007).

## I.2 Velocidade do som nos líquidos em tubos de seção não circular

A velocidade do som no fluido dentro de uma tubulação regular de parede fina, com seção transversal poligonal (ver Figura A. 2) é calculada através da seguinte expressão:

$$a = \left\{ \rho \left[ \frac{1}{K} + \frac{1}{E} \left( \frac{d}{m} + \frac{\tan^4 \theta}{15} \left( \frac{d}{m} \right)^3 \right) + \frac{\tan^2 \theta}{2G} \frac{d}{m} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{I.3})$$

onde  $d$  é o comprimento das arestas,  $G$  é o módulo de cisalhamento do material da tubulação, e

$$\theta = \frac{180^\circ}{(\text{número de arestas})}. \quad (\text{I.4})$$

A equação (I.3), da velocidade da onda, assume que as deformações no tubo sejam pequenas. Caso ocorram deformações maiores, o tubo tende a ficar circular, aumentando a velocidade do som.

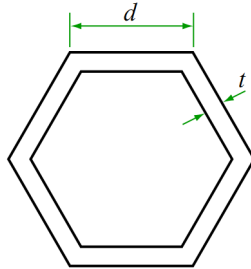


Figura A. 2: Seção do tubo poligonal. Fonte: ESDU 83046 (2007).

## APÊNDICE II: Resolução das equações diferenciais

Esta seção aborda a sistemática utilizada para solucionar problemas de valor inicial, iniciando com as definições de equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais algébricas, já que ambas são utilizadas nos modelos do *software* AMESim. Em seguida serão apresentados alguns métodos numéricos disponíveis na literatura e, por fim, alguns tópicos sobre os algoritmos utilizados por este *software*.

### II.1 Equações diferenciais ordinárias

Zill (2009) define equação diferencial como: “uma equação que contém as derivadas (ou diferenciais) de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma ou mais variáveis independentes”. Quando esta equação envolver as derivadas parciais de uma ou mais variáveis dependentes de duas ou mais variáveis independentes, é então denominada equação diferencial parcial (EDP). Veja o exemplo:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 . \quad (\text{II.1})$$

Entretanto, quando a equação contiver somente derivadas ordinárias de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma única variável independente é, então, denominada equação diferencial ordinária (EDO). Segue o exemplo de uma EDO:

$$\frac{dy}{dx} + 5y = e^x . \quad (\text{II.2})$$

Define-se, então, um sistema clássico de equações diferenciais ordinárias que possui  $N$  variáveis de estado  $y_1, \dots, y_N$ , onde cada uma destas possui sua própria equação derivativa na forma:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, \dots, y_N) , \quad (\text{II.3})$$

$$0 \leq t \leq t_f , \quad (\text{II.4})$$

onde  $t$  é o tempo, com início em 0 (zero) e fim em algum tempo finito  $t_f$ .

Adicionalmente, os valores iniciais de cada variável de estado devem ser conhecidos:

$$y_i(0) = U_i . \quad (\text{II.5})$$

Usando notação vetorial (vetores em negrito), o problema pode ser escrito da seguinte forma:

$$\frac{dy}{dt} = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}), \text{ para } 0 \leq t \leq t_f , \quad (\text{II.6})$$

$$\mathbf{y}(0) = \mathbf{U} , \quad (\text{II.7})$$

onde  $\mathbf{y}$  é o vetor de variáveis de estado,  $\mathbf{f}$  é a função vetorial e  $\mathbf{U}$  o vetor dos valores iniciais do problema, que também é conhecido como problema de valores iniciais. Integrar as equações significa determinar como as variáveis de estado se comportam conforme o tempo progride de 0 (zero) até  $t_f$  (LMS, 2008b). As variáveis de estado mudam por dois motivos:

- os valores iniciais não representam uma posição de equilíbrio;
- perturbações externas são introduzidas no sistema.

## II.2 Equações diferenciais algébricas

Se as equações governantes do problema apresentarem alguma equação diferencial ordinária implícita ou equação algébrica implícita, estas são denominadas então equações diferenciais algébricas (EDA). Um sistema de EDA pode ser generalizado na forma (vetores em negrito):

$$\mathbf{F} \left( t, \mathbf{y}, \frac{dy}{dt} \right) = \mathbf{0} , \quad (\text{II.8})$$

onde  $\mathbf{F}$  é a função vetorial,  $\mathbf{y}$  é o vetor das variáveis de estado e  $\mathbf{0}$  (zero) é o vetor nulo (LMS, 2008b ).

O AMESim utiliza alguns métodos numéricos para resolver as equações diferenciais ordinárias e algébricas descritas anteriormente. O *software* por si só faz a escolha do método de resolução a ser aplicado, dependendo se as equações são implícitas ou explícitas, e se o problema

é do tipo *stiff* ou *non-stiff* (termos referentes à estabilidade e convergência na aplicação de métodos numéricos para resolução do problema – ver seção II.3.6).

## II.3 Métodos numéricos

Os métodos numéricos costumam ser aplicados para resolver equações diferenciais para as quais não exista solução em forma fechada ou solução através de séries (LOMEN; MARK, 1988). São divididos em métodos de aproximação analítica e métodos de variável discreta. O primeiro tenta encontrar equações que se aproximem da solução exata, ou seja, busca  $y_a(x) \approx y(x)$  válido para todo  $x \in [a, b]$ , e toma normalmente a forma de uma expansão em séries truncada. Por outro lado, os métodos de variável discreta tentam encontrar aproximações somente para pontos discretos  $x_n \in [a, b]$  (GAUTSCHI, 1997). No caso do programa AMESim, métodos numéricos de variável discreta são aplicados como forma de resolver problemas de valor inicial compostos por equações diferenciais algébricas ou ordinárias. Para melhor entendimento será feito um pequeno resumo dos principais métodos numéricos existentes na literatura.

### II.3.1 Método de Euler

O método de Euler, também conhecido como método das tangentes, foi proposto em 1768 pelo matemático suíço Leonhard Euler, e constitui uma das técnicas mais simples para aproximar soluções de equações diferenciais (ZILL; CULLEN, 2001; DIACU, 2004). Suponha que se queira aproximar a solução do problema de valor inicial

$$y' = f(x, y) , \quad (\text{II.9})$$

$$y(x_0) = y_0 , \quad (\text{II.10})$$

onde  $y'$  é a derivada ordinária  $\frac{dy}{dx}$  pela notação linha e  $y_0$  é a condição inicial do problema.

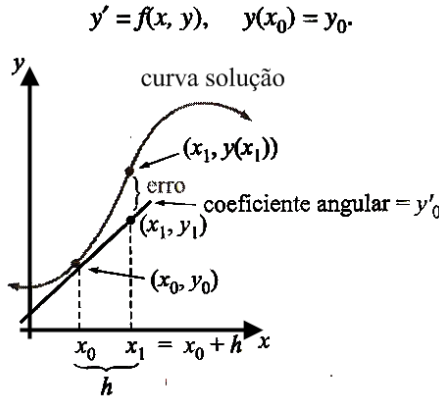


Figura A. 3: Aproximação através do método de Euler.

Fonte: Zill e Cullen (2001).

Se  $h$  é um incremento positivo no eixo- $x$ , então, conforme apresentado na Figura A. 3, pode-se achar um ponto  $(x_1, y_1) = (x_0 + h, y_1)$  na tangente à curva solução desconhecida em  $(x_0, y_0)$ . Pela forma ponto-coeficiente angular da equação da reta, tem-se:

$$\frac{y_1 - y_0}{(x_0 + h) - x_0} = y'_0, \quad (\text{II.11})$$

ou 
$$y_1 = y_0 + h y'_0, \quad (\text{II.12})$$

onde  $y'_0 = f(x_0, y_0)$ . Rotulando  $x_0 + h$  como  $x_1$ , o ponto  $(x_1, y_1)$  na tangente é uma aproximação do ponto  $(x_1, y(x_1))$  da curva solução. Isto é,  $y_1 \approx y(x_1)$ . Naturalmente, a precisão da aproximação depende do tamanho do incremento  $h$ , que de modo geral deve sempre ser escolhido o menor possível, limitado pela capacidade de processamento do computador que simula as aproximações (ZILL; CULLEN, 2001).

Supondo um valor uniforme (constante) de  $h$ , pode-se obter uma sucessão de pontos  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  que devem estar próximos dos pontos  $(x_1, y(x_1)), (x_2, y(x_2)), \dots, (x_n, y(x_n))$ , conforme representado na Figura A. 4. Utilizando agora  $(x_1, y_1)$ , pode-se obter o valor de  $y_2$ , que é a ordenada de um ponto em uma nova “tangente” (ZILL; CULLEN, 2001).

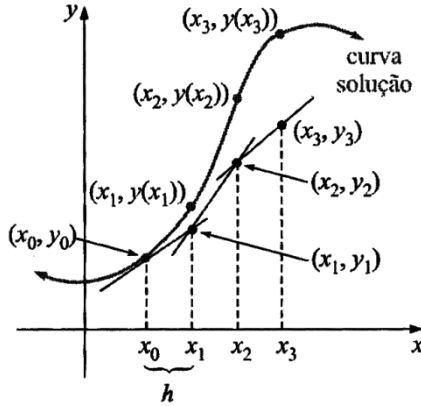


Figura A. 4: Demais passos na aproximação pelo método de Euler.  
Fonte: Zill e Cullen (2001).

Tem-se, então:

$$\frac{y_2 - y_1}{h} = y'_1 \quad (\text{II.13})$$

ou 
$$y_2 = y_1 + hy'_1 = y_1 + hf(x_1, y_1) . \quad (\text{II.14})$$

De modo geral, decorre que:

$$y_{n+1} = y_n + hy'_n = y_n + hf(x_n, y_n) , \quad (\text{II.15})$$

onde  $x_n = x_0 + nh$ .

### II.3.2 Método de Euler melhorado

Segundo Zill (2009), o método numérico definido pela fórmula:

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1}^*)}{2} , \quad (\text{II.16})$$

onde

$$y_{n+1}^* = y_n + hf(x_n, y_n) , \quad (\text{II.17})$$

é comumente conhecido como método de Euler melhorado, sendo que a equação (II.16) também é denominada fórmula de Heun.

Para calcular  $y_{n+1}$  para  $n = 0, 1, 2, \dots$  com base na equação (I.16), primeiramente necessita-se usar em cada passo o método de Euler (I.17) para obter uma estimativa inicial  $y_{n+1}^*$ . Por exemplo, com  $n = 0$ , a equação (I.17) fornece  $y_1^* = y_0 + hf(x_0, y_0)$ . Portanto, conhecendo esse valor, usa-se a equação (I.16) para obter  $y_1 = y_0 + h \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^*)}{2}$ , onde  $x_1 = x_0 + h$ . Essas equações podem ser facilmente visualizadas na Figura A. 5, onde  $m_0 = f(x_0, y_0)$  e  $m_1 = f(x_1, y_1^*)$  são as inclinações das linhas retas sólidas mostradas, as quais passam pelos pontos  $(x_0, y_0)$  e  $(x_1, y_1^*)$ , respectivamente. Tomando uma média dessas inclinações, isto é,  $m_{med} = \frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1^*)}{2}$ , obtém-se a inclinação das retas tracejadas. Em lugar de avançar ao longo da reta que passa por  $(x_0, y_0)$  com inclinação  $f(x_0, y_0)$  até o ponto com ordenada  $y$  igual a  $y_1^*$ , obtido pelo método usual de Euler, é feito um avanço ao longo da reta que passa por  $(x_0, y_0)$  com inclinação  $m_{med}$  até que o  $x_1$  seja atingido. Pela observação da Figura A. 5, parece bastante plausível afirmar que  $y_1$  seja uma aproximação melhor que  $y_1^*$  (ZILL, 2009).

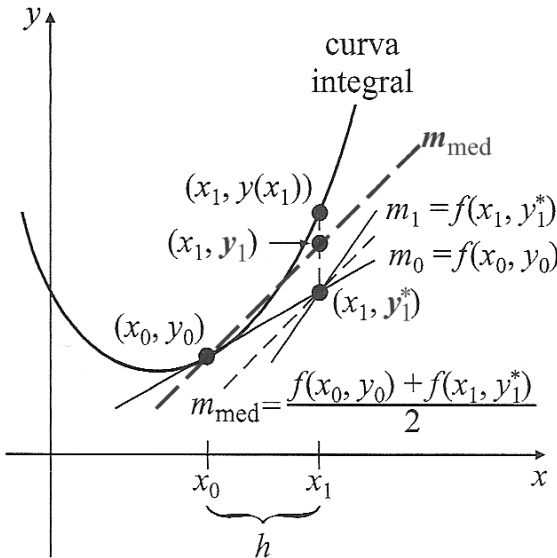


Figura A. 5: Método de Euler melhorado. Fonte: Zill (2009).



O método de Euler melhorado é um exemplo do método preditor-corretor, onde o valor de  $y_{n+1}^*$  dado pela equação (I.17) prediz um valor de  $y(x_n)$ , enquanto o valor de  $y_{n+1}$  definido pela equação (I.16) corrige essa estimativa.

### II.3.3 Método de Runge-Kutta

O método de Runge-Kutta é um dos métodos mais populares para resolução numérica de equações diferenciais ordinárias. É fácil de ser programado e geralmente traz bons resultados. Este método consiste na solução iterativa das equações (LOMEN; MARK, 1988):

$$x_n = x_0 + n \Delta x , \quad (\text{II.18})$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) , \quad (\text{II.19})$$

onde

$$k_1 = F(x_n, y_n) \Delta x , \quad (\text{II.20})$$

$$k_2 = F\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \Delta x , \quad (\text{II.21})$$

$$k_3 = F\left(x_n + \frac{\Delta x}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \Delta x , \quad (\text{II.22})$$

$$k_4 = F(x_n + \Delta x, y_n + k_3) \Delta x . \quad (\text{II.23})$$

As equações apresentadas acima representam o método Runge-Kutta de quarta ordem, utilizado para resolver problemas de valor inicial de primeira ordem. Existem também na literatura outros métodos Runge-Kutta de outras ordens ou com algumas modificações, por exemplo o método Runge-Kutta de segunda ordem, Runge-Kutta melhorado e o Runge-Kutta de primeira ordem, que é equivalente ao método básico de Euler (ZILL, 2009).

Vale ressaltar que a ordem do método aplicado (e.g. Runge-Kutta de quarta ordem) só diz respeito às equações propostas pelo método, ou seja, não faz referência à ordem do problema a ser resolvido. Desta forma, é possível se aplicar o método de Runge-Kutta de primeira,

segunda, ou até de quarta ordem, na resolução de um problema de valor inicial de primeira ordem.

Todos os métodos numéricos apresentados neste trabalho são aplicados na resolução de problemas de valor inicial de primeira ordem, pois as equações diferenciais utilizadas pelo *software* AMESim nas simulações deste trabalho são todas de primeira ordem. Para resolução de equações diferenciais (ED) de ordem maior, aplicam-se outros métodos. Por exemplo, para aproximar a solução de um problema de valor inicial de segunda ordem, pode-se expressar as ED de segunda ordem como um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem para, então, aplicar um dos métodos numéricos mencionados neste trabalho (ZILL, 2009).

### II.3.4 Métodos de passo múltiplo

Os métodos de Euler, Euler melhorado e Runge-Kutta são exemplos de métodos de passo simples ou de partida. Nesses métodos, cada valor sucessivo  $y_{n+1}$  é computado com base somente na informação sobre o valor imediatamente precedente  $y_n$ . Entretanto, métodos de passo múltiplo (ou de continuação) usam os valores de vários passos computados previamente para obter o valor de  $y_{n+1}$  (ZILL, 2009).

Como não é o foco deste trabalho discorrer sobre a vasta gama de métodos numéricos existentes na literatura, será apresentado aqui apenas um destes métodos, denominado método de Adams-Bashforth/Adams-Moulton, para que o leitor possa entender melhor a estrutura básica de um método de passo múltiplo.

### II.3.5 Método de Adams-Bashforth/Adams-Moulton de 4ª ordem

De acordo com Zill (2009), este método é um dos métodos de passo múltiplo mais populares e, assim como o método de Euler melhorado, também é um método predictor-corretor. O predictor nesse método é a fórmula de Adams-Bashforth:

$$y_{n+1}^* = y_n + \frac{h}{24}(55y'_n - 59y'_{n-1} + 37y'_{n-2} - 9y'_{n-3}), \quad (\text{II.24})$$

onde

$$y'_n = f(x_n, y_n), \quad (\text{II.25})$$

$$y'_{n-1} = f(x_{n-1}, y_{n-1}), \quad (\text{II.26})$$

$$y'_{n-2} = f(x_{n-2}, y_{n-2}), \quad (\text{II.27})$$

$$y'_{n-3} = f(x_{n-3}, y_{n-3}). \quad (\text{II.28})$$

Para  $n \geq 3$ . O valor de  $y_{n+1}^*$  é então substituído no corretor de Adams-Moulton:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9y'_{n+1} + 19y'_n - 5y'_{n-1} + y'_{n-2}), \quad (\text{II.29})$$

$$y'_{n+1} = f(x_{n+1}, y_{n+1}^*). \quad (\text{II.30})$$

Observe que a equação (I.24) requer o conhecimento dos valores de  $y_0, y_1, y_2$  e  $y_3$  para a obtenção de  $y_4$ . O valor de  $y_0$  é, naturalmente, a condição inicial dada e os valores de  $y_1, y_2$  e  $y_3$  podem ser calculados por métodos de passo único (e.g. Runge-Kutta).

### II.3.6 Estabilidade de métodos numéricos

Uma consideração importante ao usar métodos numéricos para aproximar a solução de um problema de valor inicial é a estabilidade. Dito informalmente, o método será estável se pequenas variações nas condições iniciais acarretarem apenas pequenas variações na solução calculada, caso contrário, é considerado instável (ZILL, 2009). Para entender melhor esta definição, é necessário que sejam feitas algumas considerações sobre o erro envolvido nestes cálculos.

Todos os métodos para cálculo de soluções aproximadas de problemas de valor inicial apresentam erros que envolvem uma derivada maior da solução da equação. Se a derivada pode ser limitada, então o método terá um erro máximo que pode ser usado para estimar a precisão da aproximação. Mesmo se a derivada aumentar conforme o passo aumenta, o erro pode ser mantido sob controle, desde que a solução também cresça em magnitude. Problemas aparecem, entretanto, quando

a magnitude da derivada cresce, mas a solução não. Nesta situação, o erro pode aumentar tanto a ponto de dominar os cálculos. Problemas de valor inicial que apresentam este tipo de comportamento são chamados de *stiff*, ou seja, instáveis, e são bastante comuns em equações de reações químicas, circuitos elétricos e principalmente vibrações. A denominação “*stiff*” deriva das equações de movimento de sistemas massa-mola cujas molas possuem elevada constante de rigidez (*stiffness*) (FAIRES; BURDEN, 2003).

O motivo pelo qual considerações sobre estabilidade são importantes é que, em cada passo após o primeiro passo de uma técnica numérica, essencialmente inicia-se tudo outra vez com um novo problema de valor inicial, em que a condição inicial passa a ser o valor calculado da solução aproximada no passo anterior. Em decorrência de erros de arredondamento, esse valor com certeza será pelo menos ligeiramente diferente do valor exato da solução (ZILL, 2009).

Um método possível para detectar a instabilidade em uma solução numérica de um problema de valor inicial é comparar as soluções aproximadas obtidas quando o tamanho dos passos é diminuído. Se o método numérico for instável, o erro poderá na verdade crescer com o decréscimo do tamanho dos passos (ZILL, 2009).

Quando um método numérico apresenta instabilidade na resolução de uma equação diferencial, diz-se então que a equação é do tipo *stiff*. A Figura A. 6 traz uma comparação entre diferentes métodos aplicados para resolver uma equação do tipo *stiff*.

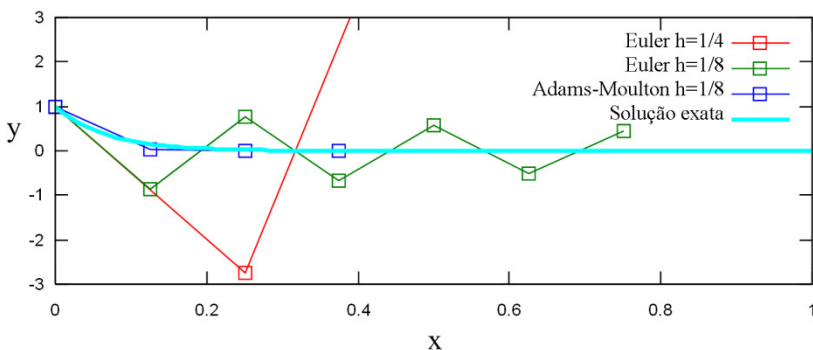


Figura A. 6: Métodos numéricos aplicados a uma equação do tipo *stiff*.

### II.3.7 Algoritmos utilizados pelo AMESim

Os métodos apresentados nas seções anteriores representam as fórmulas usadas para integração das equações diferenciais ordinárias. A implementação das fórmulas, o controle do tamanho do passo  $h$  e a escolha (ou troca) dos métodos utilizados são realizados pelos algoritmos, os quais serão apenas indicados neste trabalho.

Para resolução de equações diferenciais algébricas, ou seja, quando variáveis implícitas são identificadas no problema, é utilizado o integrador DASSL (*Differential Algebraic System Solver*). Caso o problema apresente puramente equações diferenciais ordinárias, o algoritmo aplicado pelo programa é o LSODA, que é uma das variantes do integrador LSODE, sigla para *Livermore Solver for Ordinary Differential Equations*. Em ambos os casos, os algoritmos LSODA e DASSL utilizados no *software* possuem modificações específicas mais apropriadas às equações implícitas, equações do tipo *stiff* e até descontinuidades no problema (LMS, 2008b).